SVEUČILIŠTE U RIJECI TEHNIČKI FAKULTET

Preddiplomski stručni studij elektrotehnike

Završni rad

REZONANCIJA U IZMJENIČNIM STRUJNIM KRUGOVIMA

Rijeka, rujan 2016.

Elvis Bulić 0069056850

SVEUČILIŠTE U RIJECI TEHNIČKI FAKULTET

Preddiplomski stručni studij elektrotehnike

Završni rad

REZONANCIJA U IZMJENIČNIM STRUJNIM KRUGOVIMA

Mentor: mr. sc. Branka Dobraš, v. pred.

Rijeka, rujan 2016.

Elvis Bulić 0069056850

TEHNIČKI FAKULET

Povjerenstvo za završne ispite preddiplomskog stručnog studija elektrotehnike Br.: 602-04/16-14/24 Rijeka, 14.03.2016.

ZADATAK za završni rad

Pristupnik: Elvis Bulić

Matični broj: : 0069056850 Lokalni matični broj: 13800047

Naziv zadatka:

REZONANCIJA U IZMJENIČNIM STRUJNIM KRUGOVIMA

Title (English):

RESONANCE IN AC CIRCUITS

Polje znanstvenog područja: 2.03. Elektrotehnika Grana znanstvenog područja: 2.03.01 elektroenergetika

Opisati pojavu rezonancije u izmjeničnim strujnim krugovima. Analizirati električne veličine za nekoliko različitih spojeva. Izvesti mjerenja u laboratoriju. Opisati primjenu rezonancije u elektroenergetici.

Mentor:

Johnar B.

V. pred. mr. sc. Branka Dobraš, dipl.ing.

Predsjednica Povjerenstva:

Fredink

Izv. prof. dr. sc. Vera Gradišnik, dipl.ing.

Student:

Elvis Bulić Elvis Bulić

Završni radovi moraju biti u skladu s "Uputama za pisanje završnog / diplomskog rada".

IZJAVA

Sukladno s člankom 9. Pravilnika o završnom radu, završnom ispitu i završetku stručnih studija Tehničkog fakulteta Sveučilišta u Rijeci, od lipnja 2011., izjavljujem da sam samostalno izradio završni rad prema zadatku br. 602-04/16-14/24 od 14.03.2016.

Rijeka, rujan 2016.

Elvis Bulić

SADRŽAJ

1. UVOD	1
2. DJELATNI, INDUKTIVNI I KAPACITIVNI OTPOR	2
2.1. Djelatni otpor	2
2.2. Induktivni otpor	4
2.3. Kapacitivni otpor	6
3. SERIJSKI RLC SPOJ	9
3.1. Serijski spoj otpornika, zavojnice i kondenzatora	9
3.2. Primjer serijskog RLC spoja	
3.3. Provjera dobivenih rezultata u Matlabu	14
3.4. Laboratorijsko mjerenje	17
4. PARALELNI RLC SPOJ	21
4.1. Paralelni spoj otpornika, zavojnice i kondenzatora	21
4.2. Primjer paralelnog RLC spoja	24
4.3. Provjera dobivenih rezultata u Matlabu	
4.4. Laboratorijsko mjerenje	
4.4. Laboratorijsko mjerenje5. MJEŠOVITI SPOJ OTPORNIKA, ZAVOJNICE I KONDENZATORA	
 4.4. Laboratorijsko mjerenje 5. MJEŠOVITI SPOJ OTPORNIKA, ZAVOJNICE I KONDENZATORA 5.1. Mješoviti spoj otpornika, zavojnice i kondenzatora 	
 4.4. Laboratorijsko mjerenje 5. MJEŠOVITI SPOJ OTPORNIKA, ZAVOJNICE I KONDENZATORA 5.1. Mješoviti spoj otpornika, zavojnice i kondenzatora	
 4.4. Laboratorijsko mjerenje 5. MJEŠOVITI SPOJ OTPORNIKA, ZAVOJNICE I KONDENZATORA 5.1. Mješoviti spoj otpornika, zavojnice i kondenzatora	
 4.4. Laboratorijsko mjerenje 5. MJEŠOVITI SPOJ OTPORNIKA, ZAVOJNICE I KONDENZATORA 5.1. Mješoviti spoj otpornika, zavojnice i kondenzatora	
 4.4. Laboratorijsko mjerenje	
 4.4. Laboratorijsko mjerenje	29
 4.4. Laboratorijsko mjerenje	
 4.4. Laboratorijsko mjerenje	
 4.4. Laboratorijsko mjerenje 5. MJEŠOVITI SPOJ OTPORNIKA, ZAVOJNICE I KONDENZATORA	
 4.4. Laboratorijsko mjerenje 5. MJEŠOVITI SPOJ OTPORNIKA, ZAVOJNICE I KONDENZATORA	
 4.4. Laboratorijsko mjerenje	29

1. UVOD

Rezonancija se pojavljuje u različitim područjima fizike: elektrotehnici, mehanici, akustici, nuklearnoj i atomskoj fizici. U elektrotehnici najzanimljivija pojava rezonancije je u električnim titrajnim krugovima koji se sastoje od izmjeničnog izvora napona, otpornika te kondenzatora i zavojnice koji imaju svoj kapacitet i induktivitet. Općenito kažemo da je električni strujni krug u rezonanciji ako je fazni kut između struje i napona izvora jednak nuli. Dva tipa rezonancije koja postoje su: naponska rezonancija i strujna rezonancija. Naponska rezonancija nastaje u serijskom spoju zavojnice i kondenzatora kada su induktivni i kapacitivni otpori jednaki. Tada su i naponi na tim elementima jednakog iznosa, ali suprotnog smjera (protufazni). Strujna rezonancija nastaje u paralelnom spoju zavojnice i kondenzatora kada su induktivna i kapacitivna vodljivost jednake. Tada su struje na kapacitetu i zavojnici jednake po iznosu, ali suprotnoga smjera. Rezonancija se pojavljuje samo u izmjeničnim strujnim krugovima gdje postoje kondenzator i zavojnica, jer ta dva elementa u istosmjernom strujnom krugu predstavljaju prazan hod i kratki spoj. U nekim složenijim mrežama rezonancija može nastupiti i u nekom dijelu mreže pa će tada u tom dijelu napon biti u fazi sa strujom tog dijela mreže. Rezonancija se primjenjuje u radiotehnici i elektroenergetici. U radiotehnici se rezonancijom kod prijema radio signala primarni krugovi podešavaju tako da reagiraju na signale točno određene frekvencije. U elektroenergetici se pojava rezonancije javlja kod: Petersenove prigušnice, ferorezonancije, utjecaja viših harmonika na stvaranje paralelne i serijske rezonancije, kapacitivnih naponskih mjernih transformatora, itd.

U ovom radu opisana je pojava rezonancije u serijskom i paralelnom RLC spoju te u jednom mješovitom spoju. Prikazana je ovisnost različitih veličina o promjeni frekvencije, induktiviteta i kapaciteta. Kao primjer rezonancije u elektroenergetici opisano je uzemljenje zvjezdišta transformatora pomoću Petersenove prigušnice.

2. DJELATNI, INDUKTIVNI I KAPACITIVNI OTPOR

Djelatni, induktivni i kapacitivni otpor imaju otpornik, zavojnica i kondenzator u izmjeničnim strujnim krugovima. Parametri tih elemenata određuju njihovo ponašanje u strujnim krugovima.

2.1. Djelatni otpor

Djelatni otpor R naziva se još radni ili omski otpor. To je trošilo koje se ponaša jednako u izmjeničnim i u istosmjernim strujnim krugovima. Vrijednost otpora ostaje stalna bez obzira promjeni li se frekvencija, vrijednost električnog napona ili jakost električne struje. Mjerna jedinica je om (Ω).



Slika 2.1. Shema spoja djelatnog otpora

Prolaskom električne struje kroz otpornik R, struja i napon su u fazi, odnosno struja ne kasni za naponom i obrnuto. Tada je fazni pomak (fazni kut) $\varphi = 0^{\circ}$ (kut između napona i struje).



Slika 2.2. Vektorski prikaz napona i struje

Na vremenskom dijagramu napona i struje amplitude tih dviju veličina se razlikuju. One ovise o vrijednosti napona izvora i o vrijednosti djelatnog otpora.



Slika 2.3.Vremenski dijagram napona i struje [1]

Ako je napon izvora definiran formulom:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t) \qquad (2.1)$$

Gdje je:

 U_m – maksimalna vrijednost napona V, ω – kutna (kružna) frekvencija rad/s , t – vrijeme s.

Ohmovim zakonom dobijemo struju kroz otpornik:

$$i(t) = \frac{u(t)}{R} = \frac{U_m \sin(\omega t)}{R} = I_m \sin(\omega t) \qquad (2.2)$$

Gdje je:

I_m – maksimalna vrijednost struje A,

R – vrijednost otpornika Ω .

U kompleksnoj domeni računamo:

$$\vec{I} = \frac{\vec{U}}{R}$$

$$\overrightarrow{U_R} = \vec{I} \cdot R = \vec{U} \qquad (2.3)$$

Gdje je:

2.2. Induktivni otpor

Induktivni otpor X_L ima zavojnica induktiviteta L, dok je njezin djelatni otpor zanemarivo mali. Zavojnica se u istosmjernim strujnim krugovima ponaša kao kratki spoj, dok u izmjeničnim strujnim krugovima predstavlja induktivni otpor X_L . Induktivitet zavojnice izražava se u henrijima (H). Induktivni otpor X_L induktiviteta L računa se prema izrazu:

$$X_L = 2\pi f L = \omega L \qquad (2.4)$$

Gdje je:

f- frekvencija Hz,

L – induktivitet zavojnice H.

U kompleksnom obliku se prikazuje:

$$\overrightarrow{X_L} = j2\pi f L = j\omega L \qquad (2.5)$$

Povećanjem frekvencije ili induktiviteta zavojnice, povećat će se induktivni otpor.



Slika 2.4. Ovisnost induktivnog otpora o frekvenciji i induktivitetu [2]

Induktivni otpor X_L je reaktivni ili jalovi otpor (reaktancija). Za razliku od djelatnog otpora koji ostvaruje pretvorbu električne energije u toplinu, induktivni otpor ostvaruje pretvorbu električne energiju magnetskog polja zavojnice.



Slika 2.5. Shema spoja induktivnog otpora

Kod ovog spoja struja i napon nisu u fazi već struja kasni za naponom za 90°.



Slika 2.6. Vektorski prikaz napona i struje

Vremenski dijagram napona i struje (Slika 2.7.) prikazuje kašnjenje struje za naponom.



Slika 2.7.Vremenski dijagrami napona i struje [1]

Struja kroz zavojnicu dobije se:

$$u_{L}(t) = L \cdot \frac{d_{iL}(t)}{dt} \rightarrow d_{iL}(t) = \frac{1}{L} \cdot u_{L}(t) \cdot dt = \frac{U_{m}}{L} \sin\omega t \cdot dt$$
$$i_{L}(t) = \int \frac{U_{m}}{L} \sin\omega t \cdot dt = \frac{U_{m}}{\omega L} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = I_{m} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (2.6)$$
$$\vec{I}_{L} = \frac{\vec{U}}{\vec{X}_{L}} = I_{L} \sqcup -90^{\circ} \quad (2.7)$$

2.3. Kapacitivni otpor

U izmjeničnom strujnom krugu kondenzator kapaciteta C predstavlja kapacitivni otpor Xc. Za razliku od izmjeničnog strujnog kruga, u istosmjernom strujnom krugu kondenzator predstavlja prekid (prazan hod). Prolaskom izmjenične struje kroz kondenzator C on joj pruža određeni otpor (kapacitivni otpor Xc), odnosno kapacitivnu reaktanciju Xc. Kapacitet kondenzatora izražava se u faradima (F). Kapacitivni otpor Xc kapaciteta C računa se prema izrazu:

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{\omega C} \qquad (2.8)$$

Gdje je:

C - kapacitet kondenzatora F.

U kompleksnom obliku se prikazuje:

$$\overrightarrow{X_C} = \frac{1}{j2\pi fC} = \frac{1}{j\omega C} \qquad (2.9)$$

Povećanjem frekvencije ili kapaciteta kondenzatora smanjuje se kapacitivni otpor.



Slika 2.8. Ovisnost kapacitivnog otpora o frekvenciji i kapacitetu [2]

Kapacitivni otpor ostvaruje pretvorbu električne energije u elektrostatsku energiju električnog polja kondenzatora.



Slika 2.9. Shema spoja kapacitivnog otpora

Kod spoja na slici 2.9. struja prethodi naponu za 90°.



Slika 2.10. Vektorski prikaz napona i struje

Vremenski dijagram (Slika 2.11.) napona i struje prikazuje kašnjenje napona za strujom.



Slika 2.11.Vremenski dijagrami napona i struje [1]

Struja kroz kondenzator dobije se:

$$i_{C}(t) = C \cdot \frac{du_{C}(t)}{dt} = C \frac{d}{dt} (U_{m} \sin \omega t) = U_{m}C \cdot \omega \sin (\omega t + \frac{\pi}{2}) = I_{m} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$
(2.10)
$$\overrightarrow{I_{C}} = \frac{\overrightarrow{U_{C}}}{\overrightarrow{X_{C}}} = I_{C} \sqcup + 90^{\circ}$$
(2.11)

3. SERIJSKI RLC SPOJ

3.1. Serijski spoj otpornika, zavojnice i kondenzatora

Kod serijskog spoja otpornika, zavojnice i kondenzatora struja u strujnom krugu je zajednička. Napon izvora jednak je ukupnom zbroju svih padova napona u tom strujnom krugu.



Slika 3.1. Serijski RLC spoj

 $\vec{I} = \vec{I_R} = \vec{I_L} = \vec{I_C}$ (3.1) $\vec{U} = \vec{U_R} + \vec{U_L} + \vec{U_C}$ (3.2)

U ovom spoju rezonancija nastaje kada je iznos induktivnog otpora jednak iznosu kapacitivnog otpora ($X_L = X_C$), odnosno kada je reaktancija zavojnice jednaka reaktanciji kondenzatora. Tada je ukupna impedancija strujnog kruga jednaka otporu otpornika. Pri rezonantnoj frekvenciji struja i napon izvora su u fazi (fazni kut jednak je nuli).



Slika 3.2. Vektorski prikaz otpora induktivnog karaktera

Iznos impedancije jednak je:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (3.3)$$

Fazni pomak impedancije jednak je:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{X_L - X_C}{R} \quad (3.4)$$



Slika 3.3. Karakteristike ovisnosti impedancije Z [2]

Na slici 3.3. se jasno vidi da je do određene rezonantne frekvencije (f_0) spoj kapacitivnog karaktera, a nakon toga postaje induktivnog karaktera.



Slika 3.4. Vektorski prikaz napona i struje induktivnog karaktera

Ako je spoj induktivnog karaktera, znači da struja kasni za naponom izvora. Napon izvora, odnosno ukupni napon jednak je:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} \qquad (3.5)$$

Naponi na zavojnici i kondenzatoru pri rezonanciji mogu biti veliki. Iako se oni međusobno kompenziraju, oni postoje na tim elementima.

Iznos struje jednak je:

$$\vec{I} = \frac{\vec{U}}{\vec{Z}} = \frac{\vec{U}}{R + jX_L - jX_C} \qquad (3.6)$$

Rezonancija se može postići promjenom induktiviteta, kapaciteta ili frekvencije.

$$C = \frac{1}{\omega^2 L} \qquad (3.7)$$
$$L = \frac{1}{\omega^2 c} \qquad (3.8)$$
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{Lc}} \qquad (3.9)$$

Frekvencija pri kojoj će spoj biti u rezonanciji naziva se rezonantna frekvencija. Da bi se dobilo rezonantnu frekvenciju moraju biti poznati induktivitet zavojnice i kapacitet kondenzatora.

Rezonantna frekvencija određuje se sljedećim izrazom:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad (3.10)$$



Slika 3.5. Frekventna karakteristika serijskog RLC spoja [3]

Karakteristika prikazuje da je maksimalna vrijednost struje onda kada postoji rezonantna frekvencija pa je tada iznos impedancije najmanji (jednak omskom otporu).

3.2. Primjer serijskog RLC spoja

Za sljedeći primjer sa slike 3.6. izračunate su vrijednosti različitih veličina kada je spoj u rezonanciji ($X_L = X_C$). Napon izvora je sinusoidalnog oblika: u(t) = $5\sqrt{2}\sin(3350,13t)V$. Prilikom izračuna potrebna je efektivna vrijednost napona koja se dobije dijeljenjem maksimalne vrijednosti napona s $\sqrt{2}$. Vrijednost otpornika je 4400 Ω , induktivitet zavojnice je 0,9 H i kapacitet kondenzatora je 99 *n*F.



Slika 3.6. Serijski RLC spoj

$$\vec{U} = \frac{Um}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5 \bot 0^{\circ} V$$

$$\omega = 3350, 13 = 2\pi f$$

$$f = \frac{3350, 13}{2\pi} = 533, 19 Hz$$

$$\vec{X}_{L} = \omega L = 2\pi f L = 2\pi \cdot 533, 19 \cdot 0, 9 = j3015, 12 \Omega$$

$$\overrightarrow{X_C} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \cdot 533, 19 \cdot 99 \cdot 10^{-9}} = -j3015, 12 \,\Omega$$

Ukupna impedancija serijskog RLC kruga jednaka je:

$$\vec{Z} = R + jX_L - jX_C = 4400 + j3015,12 - j3015,12 = 4400 \,\Omega$$

Struja u strujnom krugu jednaka je:

$$\vec{I} = \frac{\vec{U}}{\vec{Z}} = \frac{5 \bot 0^{\circ}}{4400} = 1,14 \bot 0^{\circ} mA$$

Iz prethodno izračunatog izraza vidi se da je struja u fazi s naponom izvora (spoj je u rezonanciji).

Padove napona na pojedinim trošilima dobije se iz Ohmovog zakona:

$$\overrightarrow{U_R} = \vec{I} \cdot R = 1,14 \cdot 10^{-3} \bot 0^\circ \cdot 4400 = 5 \bot 0^\circ V$$
$$\overrightarrow{U_L} = \vec{I} \cdot \overrightarrow{X_L} = 1,14 \cdot 10^{-3} \bot 0^\circ \cdot 3015,12 \bot 90^\circ = 3,44 \bot 90^\circ V$$
$$\overrightarrow{U_C} = \vec{I} \cdot \overrightarrow{X_C} = 1,14 \cdot 10^{-3} \bot 0^\circ \cdot 3015,12 \bot - 90^\circ = 3,44 \bot - 90^\circ V$$

Na vektorskom prikazu napona (Slika 3.7.) vidi se da su napon na zavojnici i kondenzatoru fazno pomaknuti za 180° pa se poništavaju. Ukupan napon serijskog RLC spoja (kada je u rezonanciji) jednak je naponu na otporniku R.



Slika 3.7. Vektorski prikaz napona

Ovaj primjer sveden je na čisto omsko trošilo jer je spoj bio u rezonanciji ($X_L = X_C$). Da se promijenila frekvencija izvora, induktivitet zavojnice ili kapacitet kondenzatora, spoj bi postao ili induktivnog ($X_L > X_C$) ili kapacitivnog karaktera ($X_L < X_C$).

3.3. Provjera dobivenih rezultata u Matlabu

U programu Matlab simuliran je prethodni primjer sa slike 3.6. kako bi se prikazao vremenski dijagram napona i struje te fazni pomak.



Slika 3.8. Shema spoja u Matlabu

Prethodno izračunate vrijednosti odgovaraju dijagramu sa slike 3.9. Maksimalne vrijednosti padova napona na zavojnici i kondenzatoru jednake su 4,86 V, dok je u izračunu dobivena efektivna vrijednost. Te se vrijednosti razlikuju za $\sqrt{2}$.



Slika 3.9. Vremenski dijagram napona i struje

Gdje je:

Napon izvora i napon na otporniku
Napon na kondenzatoru
Napon na zavojnici
Struja

Na slici 3.9. se ne vidi žuta krivulja (krivulja napona izvora) jer ju prekriva krivulja napona na otporniku. To je zato što su ta dva napona jednaka. U Matlabu se može prikazati i fazni pomak pomoću elementa koji se zove: "fourier" (Slika 3.10. i 3.11.). Potrebno je pričekati da završi prijelazna pojava te se tada može iščitati točni fazni pomak.



Slika 3.10. Prikaz faznog pomaka napona i struje izvora

Fazni pomak između napona izvora i struje je približno jednak nuli ($\varphi \approx 0$) jer u Matlab nisu unesene sve decimale. Na slici 3.11. prikazan je fazni pomak između napona na kondenzatoru i struje. Napon na kondenzatoru kasni za strujom za -90°.



Slika 3.11. Prikaz faznog pomaka napona i struje na kondenzatoru

3.4. Laboratorijsko mjerenje

Prije samog spajanja elemenata bilo je potrebno utvrditi jesu li žice u ispravnom stanju, odnosno da nisu odspojene. To se provjerava pomoću digitalnog multimetra, prebacivanjem preklopke na zvučni test provodljivosti. Za ovaj spoj korištene su četiri žice i tri sonde (dvije za osciloskop i jedna za funkcijski generator). Prije spajanja elemenata voltmetrom se provjerava, a funkcijskim generatorom podešava izlazni napon, tako da efektivna vrijednost izmjeničnog napona bude 5 V. Podešene su vrijednosti otpornika na 4400 Ω , zavojnice na 0,9 H i kondenzatora na 99 *n*F.

Po shemi iz prethodnog primjera (Slika 3.6.) spojeni su otpornik, zavojnica i kondenzator u seriju na funkcijski generator. Jedna sonda osciloskopa spojila se na napon izvora, a druga sonda na otpornik kako bi se na osciloskopu prikazao fazni pomak (Slika 3.12.).



Slika 3.12. Mjerenje u laboratoriju

Da bi spoj bio u rezonanciji podesila se frekvencija generatora na 533,19 Hz i ta se vrijednost prikazala na digitalnom osciloskopu uz minimalna odstupanja. Sa slike 3.13. se može vidjeti da je napon izvora u fazi sa strujom na otporniku te da su odstupanja minimalna.



Slika 3.13. Prikaz valnih oblika na rezonantnoj frekvenciji

Osciloskop prikazuje valni oblik napona izvora (žuta sinusoida) i valni oblik napona na otporniku (zelena krivulja). Povećanjem frekvencije (Slika 3.14.) spoj postaje induktivnog karaktera te struja kasni za naponom izvora za 20,22°.



Slika 3.14. Prikaz valnih oblika povećanjem frekvencije

Smanjenjem frekvencije (Slika 3.15.) spoj postaje kapacitivnog karaktera pa struja prethodi naponu za 21,41°.



Slika 3.15. Prikaz valnih oblika smanjenjem frekvencije

Tablica 3.1. Prikaz promjene faznog kuta φ s frekvencijom

f [Hz]	300	400	533,19	600	700
φ [°]	-39,8°	-21,77°	0°	9,2°	20,7°

Razlika između faznog kuta napona i faznog kuta struje ($\varphi_U - \varphi_I$) jednaka je faznom kutu φ . Povećanjem frekvencije iznad rezonantne kod serijskog spoja otpornika, zavojnice i kondenzatora napon izvora prethodi struji, dok smanjenjem frekvencije ispod rezonantne, napon izvora zaostaje za strujom.

Računska, programska i laboratorijska mjerenja razlikuju se minimalno, bez značajnih odstupanja. Prilikom laboratorijskih mjerenja koristili su se sljedeći elementi: funkcijski generator ISO-TECH GFG 2110, osciloskop KEYSIGHT, otpornička dekada, promjenjiva zavojnica i kondenzator, nekoliko vodiča, digitalni multimetar.

4. PARALELNI RLC SPOJ

4.1. Paralelni spoj otpornika, zavojnice i kondenzatora

Kod paralelnog spoja otpornika, zavojnice i kondenzatora padovi napona na tim elementima jednaki su naponu izvora. Ukupna struja jednaka je zbroju struja kroz te elemente.



Slika 4.1. Paralelni RLC spoj

$$\vec{I} = \vec{I_R} + \vec{I_L} + \vec{I_C}$$
(4.1)
$$\vec{U} = \vec{U_R} = \vec{U_L} = \vec{U_C}$$
(4.2)

Da bi pojednostavili računanje kod paralelnog spoja, umjesto otpora uzimamo njihove recipročne vrijednosti, odnosno vodljivost. Mjerna jedinica za vodljivost je Siemens (S).

$$G = \frac{1}{R}$$
; $B_L = \frac{1}{X_L}$; $B_C = \frac{1}{X_C}$ (4.3)

Gdje je:

G - omska vodljivost S,

- B_L induktivna vodljivost S,
- B_C kapacitivna vodljivost S.

Kod ovog spoja rezonancija nastaje kada je iznos induktivne vodljivosti jednak iznosu kapacitivne vodljivosti ($B_L = B_C$), odnosno kada je susceptancija zavojnice jednaka susceptanciji kondenzatora. Tada je ukupna admitancija strujnog kruga jednaka omskoj vodljivosti. Pri rezonantnoj frekvenciji struja i napon izvora su u fazi (fazni kut jednak je nuli).



Slika 4.2. Vektorski prikaz vodljivosti kapacitivnog karaktera

Iznos admitancije jednak je:

$$Y = \sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2} \qquad (4.4)$$

Fazni pomak admitancije jednak je:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{B_C - B_L}{G} \quad (4.5)$$

Na slici 4.2. vidi se da je $B_C > B_L$, što znači da je spoj kapacitivnog karaktera. U tom slučaju vrijedi da je $X_L > X_C$.



Slika 4.3. Vektorski prikaz struja i napona kapacitivnog karaktera

Slika 4.3. prikazuje da struja prethodi naponu izvora.

Ukupna struja jednaka je:

$$I = \sqrt{{I_R}^2 + (I_C - I_L)^2} \qquad (4.6)$$

Struje kroz zavojnicu i kondenzator pri rezonanciji mogu biti vrlo velike. Iako se one međusobno kompenziraju one teku kroz te elemente.

Iznos napona jednak je:

$$\vec{U} = \frac{\vec{I}}{\vec{Y}} = \frac{\vec{I}}{G + jB_C - jB_L}$$
(4.7)

I kod ovog se spoja rezonancija može postići promjenom induktiviteta, kapaciteta ili frekvencije.



Slika 4.4. Frekventna karakteristika paralelnog RLC spoja [3]

Za razliku od serijskog RLC spoja ovdje je fazni kut recipročne vrijednosti, odnosno do rezonantne frekvencije (ω_0) je pozitivan, a nakon toga negativan dok je kod serijskog RLC spoja bio obrnuti slučaj.

4.2. Primjer paralelnog RLC spoja

Za primjer sa slike 4.5. izračunate su vrijednosti različitih veličina kada je spoj u rezonanciji $(B_L = B_C)$. Napon izvora je sinusoidalnog oblika: $u(t) = 5\sqrt{2}\sin(3350,13t)V$. Prilikom izračuna potrebna je efektivna vrijednost napona koja se dobije dijeljenjem maksimalne vrijednosti napona s $\sqrt{2}$. Vrijednost otpornika je 1000 Ω , induktivitet zavojnice je 0,9 H i kapacitet kondenzatora je 99 *n*F.



Slika 4.5. Paralelni RLC spoj

$$\vec{U} = \frac{Um}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5 \bot 0^{\circ} V$$

$$\omega = 3350,13 = 2\pi f$$

$$f = \frac{3350,13}{2\pi} = 533,19 Hz$$

$$\vec{X}_{L} = \omega L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 533,19 \cdot 0.9 = j3015,12 \Omega$$

$$\vec{X}_{C} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \cdot 533,19 \cdot 99 \cdot 10^{-9}} = -j3015,12 \Omega$$

$$\vec{B}_{L} = \frac{1}{\vec{X}_{L}} = \frac{1}{j3015,12} = -j0,332 mS$$

$$\vec{B}_{C} = \frac{1}{\vec{X}_{C}} = \frac{1}{-j3015,12} = j0,332 mS$$

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{1000} = 1 mS$$

Sada se može izračunati ukupna admitancija:

$$\vec{Y} = G + jB_C - jB_L = 1 \cdot 10^{-3} + j3,32 \cdot 10^{-4} - j3,32 \cdot 10^{-4} = 1 \bot 0^{\circ} mS$$

Ukupna admitancija jednaka je omskoj vodljivosti G jer je spoj u rezonanciji $(B_L = B_C)$. Struja u strujnom krugu jednaka je:

$$\vec{I} = \vec{U} \cdot \vec{Y} = 5 \bot 0^{\circ} \cdot 1 \cdot 10^{-3} \bot 0^{\circ} = 5 \bot 0^{\circ} mA$$

Struje koje teku kroz pojedine grane izračunavaju se pomoću Ohmovog zakona:

$$\vec{I}_R = \vec{U} \cdot G = 5 \bot 0^\circ \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 5 \bot 0^\circ \, mA$$
$$\vec{I}_L = \vec{U} \cdot \vec{B}_L = 5 \bot 0^\circ \cdot (-j3,32 \cdot 10^{-4}) = -j1,66 \cdot 10^{-3} \, V = 1,66 \bot - 90^\circ \, mA$$
$$\vec{I}_C = \vec{U} \cdot \vec{B}_C = 5 \bot 0^\circ \cdot (j3,32 \cdot 10^{-4}) = j1,66 \cdot 10^{-3} \, V = 1,66 \bot 90^\circ \, mA$$

Na vektorskom prikazu struja (Slika 4.6.) vidi se da su struje kroz zavojnicu i kondenzator fazno pomaknute za 180° pa se poništavaju. Ukupna struja paralelnog RLC spoja, kada je u rezonanciji, jednaka je struji kroz otpornik R.



Slika 4.6. Vektorski prikaz struja

Da se promijenila frekvencija, induktivitet zavojnice ili kapacitet kondenzatora, spoj više ne bi bio u rezonanciji, već bi postao ili induktivnog ili kapacitivnog karaktera.

4.3. Provjera dobivenih rezultata u Matlabu

U programu Matlab simuliran je prethodni primjer kako bi se prikazao vremenski dijagram napona i struja te fazni pomak. U seriju s paralelom RLC dodan je otpornik kako bi se pomoću njega utvrdilo je li struja u fazi s naponom izvora. Vrijednost otpornika je 50 Ω , pa će na njemu biti mali pad napona i ostale veličine se time neće znatnije promijeniti.

Prethodno izračunate vrijednosti iz primjera poklapaju se s dijagramom na slici 4.7., a razlika je minimalna zbog dodanog otpornika od 50 Ω . Plava krivulja prikazuje napon paralele i njezina maksimalna vrijednost iznosi 6,9 V koja je za 0,17 V manja od napona izvora. Struja je sinusoidalnog oblika i u fazi je s naponom izvora, ali je na dijagramu neprimjetna jer je male jakosti.



Slika 4.7. Vremenski dijagram napona i struje

Gdje je:

 Napon izvora

 Napon na malom otporniku (50 Ω)

 Napon paralele

 Struja



Slika 4.8. Prikaz faznog pomaka napona i struje izvora

Fazni pomak između napona izvora i struje je približno jednak nuli ($\varphi \approx 0$) što se vidi na slici 4.8. Na slici 4.9. prikazan je valni oblik struje i njezina efektivna vrijednost približno je jednaka izračunatoj.



Slika 4.9. Prikaz struje u strujnom krugu

4.4. Laboratorijsko mjerenje

Vrijednosti elemenata uzete su iz prethodnog primjera te je podešena rezonantna frekvencija na funkcijskom generatoru. U strujni krug dodan je otpornik $R_D = 50\Omega$ kako bi se pomoću njega utvrdilo je li struja u fazi s naponom izvora. Kada se sve podesilo na određene vrijednosti i spojilo, na osciloskopu su se prikazale dvije krivulje koje prikazuju napon izvora (žuta krivulja) i pad napona na otporniku od 50 Ω (zelena krivulja). Na slici 4.10. vidi se da je fazni kut približno jednak nuli i da je amplituda napona na otporniku ($R_D = 50\Omega$) znatno manja od napona izvora.



Slika 4.10. Prikaz valnih oblika na rezonantnoj frekvenciji

Pomoću funkcijskog generatora mijenjala se frekvencija izvora i s osciloskopa iščitavala vrijednost faznog kuta.

f [Hz]	300	400	533,19	600	700
φ [°]	20,84°	10,4°	0°	-4,27°	-9,9°

Tablica 4.1. Prikaz promjene faznog kuta φ s frekvencijom

Povećanjem frekvencije iznad rezonantne kod paralelnog spoja otpornika, zavojnice i kondenzatora, napon izvora kasni za strujom, dok smanjenjem frekvencije ispod rezonantne, napon izvora prethodi struji.

5. MJEŠOVITI SPOJ OTPORNIKA, ZAVOJNICE I KONDENZATORA

5.1. Mješoviti spoj otpornika, zavojnice i kondenzatora

Postoji veliki broj mješovitih spojeva s otpornicima, zavojnicama i kondenzatorima. Kod svih tih spojeva uvjet za rezonanciju je: $Im\{Z\} = 0$ ili $Im\{Y\} = 0$. Pomoću ovih izraza može se odrediti rezonantna frekvencija.



Slika 5.1. Mješoviti spoj

Za spoj sa slike 5.1. određuje se uvjet kolika mora biti vrijednost otpornika R da bi spoj bio u rezonanciji. Imaginarni dio impedancije Z mora biti jednak nuli.

$$Im\{\vec{Z}\}=0$$



Slika 5.2. Dvije impedancije u paraleli

$$\overrightarrow{Z_1} = R + jX_L$$
$$\overrightarrow{Z_2} = R - jX_C$$



Slika 5.3. Ukupna impedancija $ec{Z}$

$$\begin{split} \vec{Z} &= \frac{\vec{Z_1} \cdot \vec{Z_2}}{\vec{Z_1} + \vec{Z_2}} = \frac{(R + jX_L)(R - jX_C)}{R + jX_L + R - jX_C} = \frac{R^2 - jX_CR + jX_LR + X_LX_C}{2R - j(X_C - X_L)} \\ Z &= \frac{R^2 - jX_CR + jX_LR + X_LX_C}{2R - j(X_C - X_L)} \cdot \frac{2R + j(X_C - X_L)}{2R + j(X_C - X_L)} \\ Z &= \frac{2R^3 - j2X_CR^2 + j2X_LR^2 + 2RX_LX_C + j(X_C - X_L)R^2 + X_CR(X_C - X_L) - X_LR(X_C - X_L) + j(X_C - X_L)X_LX_C}{4R^2 + j2R(X_C - X_L) - j2R(X_C - X_L) + (X_C - X_L)(X_C - X_L)} \\ Z &= \frac{2R^2 + 2RX_LX_C + X_CR(X_C - X_L) - X_LR(X_C - X_L) + j[-2X_CR^2 + 2X_LR^2 + (X_C - X_L)R^2 + (X_C - X_L)X_LX_C]}{4R^2 + X_C^2 - X_CX_L - X_CX_L + X_L^2} \\ Im\{\vec{Z}\} &= \frac{-2X_CR^2 + 2X_LR^2 + (X_C - X_L)(R^2 + X_LX_C)}{4R^2 + X_C^2 + X_L^2 - 2X_CX_L} = 0 / \cdot (4R^2 + X_C^2 + X_L^2 - 2X_CX_L) \\ -2X_CR^2 + 2X_LR^2 + R^2(X_C - X_L) + (X_C - X_L)X_LX_C = 0 \\ R^2(-2X_C + 2X_L + X_C - X_L) = -(X_LX_C^2 - X_L^2X_C) \\ R^2 &= \frac{X_L^2X_C - X_LX_C^2}{X_L - X_C} = \frac{X_LX_C(X_L - X_C)}{X_L - X_C} = X_LX_C \\ R &= \sqrt{X_LX_C} \end{split}$$

Ovaj spoj ima dva specifična slučajeva za rezonanciju. Ukoliko je $X_L = X_C$, za bilo koju vrijednost otpornika R, spoj će biti u rezonanciji. Ukoliko to nije slučaj ($X_L \neq X_C$), R mora biti jednak: $R = \sqrt{X_L \cdot X_C}$.

5.2. Primjer mješovitog spoja ako je $X_L = X_C$

Za primjer sa slike 5.1. zadani su sljedeći podaci: napon izvora je sinusoidalnog oblika $u(t) = 5\sqrt{2}\sin(3350,13t)V$, vrijednost otpornika je 4400 Ω , induktivitet zavojnice je 0,9 H i kapacitet kondenzatora je 99 *n*F.

$$\vec{U} = \frac{Um}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5 \bot 0^{\circ} V$$

$$\omega = 3350,13 = 2\pi f$$

$$f = \frac{3350,13}{2\pi} = 533,19 Hz$$

$$\vec{X}_L = \omega L = 2\pi f L = 2\pi \cdot 533,19 \cdot 0,9 = j3015,12 \Omega$$

$$\vec{X}_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 533,19 \cdot 99 \cdot 10^{-9}} = -j3015,12 \Omega$$

$$\vec{Z}_1 = R + j X_L = 4400 + j3015,12 \Omega$$

$$\vec{Z}_2 = R - j X_C = 4400 - j3015,12 \Omega$$

$$\vec{Z} = \frac{\vec{Z}_1 \cdot \vec{Z}_2}{\vec{Z}_1 + \vec{Z}_2} = \frac{(4400 + j3015,12) \cdot (4400 - j3015,12)}{4400 + j3015,12 + 4400 - j3015,12} = 3233,06 \Omega$$

Imaginarni dio impedancije Z jednak je nuli pa je zadovoljen uvjet za rezonanciju. Jakost struje jednaka je:

$$\vec{I} = \frac{\vec{U}}{\vec{Z}} = \frac{5 \bot 0^{\circ}}{3233,06} = 1,55 \bot 0^{\circ} mA$$

5.3. Primjer mješovitog spoja ako $X_L \neq X_C$

Za primjer sa slike 5.1. zadani su sljedeći podaci: napon izvora je sinusoidalnog oblika $u(t) = 5\sqrt{2}\sin(3141,59t)V$, induktivitet zavojnice je 0,1 H, kapacitet kondenzatora je 99 *n*F. Vrijednost otpornika potrebno je izračunati kako bi spoj bio u rezonanciji.

$$\vec{U} = \frac{Um}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5V$$

$$\omega = 3141,59 = 2\pi f$$

$$f = \frac{3141,59}{2\pi} = 500Hz$$

$$\vec{X_L} = \omega L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 500 \cdot 0,1 = j314,16\Omega$$

$$\vec{X_C} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \cdot 500 \cdot 99 \cdot 10^{-9}} = -j3215,25 \Omega$$

Dobiveno je da $X_L \neq X_C$, ali će spoj biti u rezonanciji zadovolji li se uvjet: $R = \sqrt{X_L \cdot X_C}$

$$R = \sqrt{X_L \cdot X_C} = \sqrt{j314,16 \cdot (-j3215,25)} = 1005 \,\Omega$$
$$\overrightarrow{Z_1} = R + jX_L = 1005 + j314,16\Omega$$
$$\overrightarrow{Z_2} = R - jX_C = 1005 - j3215,25 \,\Omega$$
$$\vec{Z} = \frac{\overrightarrow{Z_1} \cdot \overrightarrow{Z_2}}{\overrightarrow{Z_1} + \overrightarrow{Z_2}} = \frac{(1005 + j314,16) \cdot (1005 - j3215,25)}{1005 + j314,16 + 1005 - j3215,25} = 1005 \,\Omega$$

Imaginarni dio impedancije Z jednak je nuli pa je zadovoljen uvjet za rezonanciju. Jakost struje jednaka je:

$$\vec{I} = \frac{\vec{U}}{\vec{Z}} = \frac{5 \bot 0^{\circ}}{1005} = 4,98 \bot 0^{\circ} mA$$

5.4. Provjera dobivenih rezultata u Matlabu

U programu Matlab simulirana su prethodna dva primjera kada je: $X_L = X_C$ i $X_L \neq X_C$. Za oba primjera provjeren je fazni pomak napona izvora i struje kako bi se utvrdilo je li spoj u rezonanciji.



Slika 5.4. Fazni kut napona i struje za mješoviti spoj

Za oba slučaja dobiveni su minimalni fazni pomaci pa se može zaključiti da je sve ispravno izračunato.

5.5. Laboratorijsko mjerenje

Da bi se na osciloskopu mogao prikazati fazni pomak između napona izvora i struje dodan je u seriju s trošilom otpornik ($R_P = 300\Omega$) na kojega je spojena druga sonda osciloskopa (CH2). Vrijednosti elemenata uzete su iz oba prethodna primjera.

Za prvi slučaj kada je $X_L = X_C$ osciloskop je prikazao fazni pomak od $\varphi = -0,55^{\circ}$ što je približno jednako nuli (Slika 5.5.).



Slika 5.5. Prikaz na osciloskopu kada je $X_L = X_C$

Za drugi slučaj kada $X_L \neq X_C$ osciloskop je prikazao fazni pomak od $\varphi = 0,13^{\circ}$ što je približno jednako nuli.



Slika 5.6. Prikaz na osciloskopu kada $X_L \neq X_C$

Ako je vrijednost otpornika $R = 1005\Omega$, induktivitet zavojnice 0,1 H i kapacitet kondenzatora 99 *n*F, promjenom frekvencije ne mijenja se fazni kut napona izvora i struje te je spoj u rezonanciji.

Računska mjerenja i programske simulacije provjerene su i laboratorijskim mjerenjima kako bi se u praksi vidjelo kolika su odstupanja i daju li očekivane rezultate. Laboratorijska mjerenja pokazala su se vrlo točnima uz minimalna odstupanja jer u stvarnosti nije sve idealno. Otpor koji stvaraju vodiči i unutarnji otpor generatora (50 Ω) utjecali su na minimalne pogreške koje su dobivene laboratorijskim mjerenjima. Prilikom laboratorijskih mjerenja korišten je mali izmjenični napon (5 V) koji je dobiven pomoću funkcijskog generatora. Na taj se način štiti ljudski život u slučaju pogreške i dodira s naponom.

6. PRIMJENA REZONANCIJE U ELEKTROENERGETICI

Rezonancija se u elektroenergetici primjenjuje kod:

- uzemljenja zvjezdišta transformatora pomoću Petersenove prigušnice,
- ferorezonancije,
- utjecaja viših harmonika na stvaranje paralelne i serijske rezonancije,
- kapacitivnih naponskih mjernih transformatora.

U nastavku je opisano uzemljenje zvjezdišta transformatora pomoću Peterseneve prigušnice.

6.1. Uzemljenje zvjezdišta transformatora

Način na koji će se uzemljiti zvjezdište transformatora od velike je važnosti za pogon mreže. Zbog različitih vrsta uzemljenja u mreži se kod jednopolnih dozemnih kvarova mogu pojaviti različiti oblici i vrijednosti prenapona i struje kvara. Upravo se ti kvarovi najčešće pojavljuju u miješanim distributivnim mrežama. U samom početku razvoja srednje naponske mreže, u Hrvatskoj su se pogoni radili s izoliranim zvjezdištem. U takvom se pogonu događao veliki broj kvarova koji su uzrokovani unutrašnjim prenaponima kod zemljospoja. Stalnim napretkom tehnologije pojavili su se zahtjevi za većom kvalitetom i pouzdanošću opskrbe električne energije. Takvu se kvalitetu i pouzdanost opskrbe uz određene uvjete može postići korištenjem automatske kompenzacijske prigušnice (Petersenove prigušnice).

Različiti čimbenici utječu na uzemljenje zvjezdišta transformatora, a jedan od glavnih je veličina kapacitivne struje. Dva su glavna, a međusobno suprotna zahtjeva za način uzemljenja zvjezdišta transformatora:

- Smanjenje amplitude struje zemljospoja (posljedica je teškoća pri otkrivanju kvarova),
- Dozvoljavanje većih amplituda struja zemljospoja kako bi se olakšala detekcija zemljospoja, ali se mogu pojaviti opasni naponi dodira koji povećavaju broj ispada.

U Republici Hrvatskoj koriste se četiri načina uzemljenja zvjezdišta transformatora 20(10) kV mreža:

- Izolirano zvjezdište,
- Maloohmsko uzemljenje,
- Rezonantno uzemljenje,
- Djelomična kompenzacija.

6.2. Rezonantno uzemljenje (Petersenova prigušnica)

Ugradnjom automatske kompenzacijske prigušnice (Petersenove prigušnice) povećava se kvaliteta i pouzdanost opskrbe električnom energijom te se isto tako vrši kompenzacija kapacitivne struje mreže. Automatske kompenzacijske prigušnice prema načinu izvedbe se obično dijele na:

- Kontinuirana automatska kompenzacijska prigušnica,
- Stupnjevana automatska kompenzacijska prigušnica.

Kod kontinuirane automatske kompenzacijske prigušnice promjena se induktiviteta vrši pomoću pomične jezgre, dok se kod stupnjevane to postiže isklapanjem i uklapanjem pojedinih svitaka. Pogon tih prigušnica obzirom na radnu komponentu struje jednopolnog kratkog spoja izvodi se na tri načina:

- Otpornik stalno isključen,
- Priključenje odgovarajućeg otpornika paralelno na sekundarnu stranu kompenzacijske prigušnice,
- Priključenje odgovarajućeg otpornika paralelno na primarnu stranu kompenzacijske prigušnice.

Otpornici se najčešće priključuju s vremenom zatezanja nakon nastanka kvara kako bi bilo dovoljno za samogašenje. Nakon priključenja otpornika ostvarena je radna komponenta struje koja je dovoljna da proradi zemljospojna zaštita.

Kod kompenzacijske prigušnice sa stupnjevanom izvedbom, obično je otpornik stalno uključen. Radna komponenta struje tada iznosi minimalno 20 A. Preostala jalova struja obično iznosi 35 A, dok je struja kvara pri uzemljenju (sa stupnjevanom kompenzacijskom prigušnicom) ograničena na 40 A. Prilikom istraživanja utvrđeno je da je pri toj struji moguće samogašenje kvarova.



Slika 6.1. Prilike pri kvaru s rezonantnim uzemljenjem [4]



Slika 6.2. Vektorski dijagram napona i struja [4]

Svaki način uzemljivanja zvjezdišta transformatora pa tako i ovaj ima svoje prednosti i nedostatke. Prednosti ovoga načina su:

- Omogućeno je samogašenje kvarova zahvaljujući maloj struji kvara pa zato svaki kvar koji se dogodi ne uzrokuje ispad voda, što povećava kvalitetu opskrbe električnom energijom,
- Na minimum su svedene opasnosti od prevelikih potencijala na uzemljivačima transformatorskih stanica 20(10)/0,4 kV,
- Sporije raste povratni napon prilikom gašenja električnog luka za razliku od ostalih uzemljenja pa je prag samogašenja povećan. Zbog tog razloga manji se broj jednopolnih kvarova razvije u višepolne kvarove.

Nedostaci ovoga načina su:

- Niska osjetljivost na visokoohmske kvarove,
- Kompenzacijska prigušnica s opremom veliki je investicijski trošak.

6.3. Primjena kompenzacijske prigušnice u transformatorskoj stanici

Zbog velike vrijednosti kapacitivne struje na dijelu s visokim specifičnim otporom tla i s relativno velikim brojem kvarova u transformatorskim stanicama TS 110/20 kV Crikvenica i TS 110/20 kV Krk, ugrađene su tijekom 2006. godine po dvije stupnjevane automatske kompenzacijske prigušnice.



Slika 6.3. Ugradnja automatske kompenzacijske prigušnice u TS 110/20 kV Crikvenica [4]

Sklop kompenzacijske automatske prigušnice spojen je između uzemljenja transformatorske stanice i sekundarnih priključaka energetskog transformatora.



Slika 6.4. Automatska kompenzacijska prigušnica u TS 110/20 kV Crikvenica [4]

Umjetno se zvjezdište ostvaruje pomoću cik-cak namotaja. Između uzemljenja transformatorske stanice i umjetnog zvjezdišta priključeni su pojedini otcjepi automatske kompenzacijske prigušnice. Prigušnicu je moguće postaviti u četrnaest različitih stanja pomoću četiri otcjepa. Energetski dio kompenzacijske prigušnice sastoji se od:

- Namotaja u cik-cak spoju,
- Same kompenzacijske prigušnice s otcjepima,
- Utisnog transformatora.

Utisni se transformator može odvojiti pomoću sklopnika S2 (Slika 6.3.) od upravljačkog dijela, odnosno od uređaja za utiskivanje struje prilikom neplaniranih radova u upravljačkom ormaru.

U ormaru unutar zgrade smješten je nadzorni i upravljački dio kompenzacijske prigušnice. On se sastoji od sljedećih elemenata:

- Uređaja za utiskivanje struje (DIC),
- Uređaja za automatsku regulaciju prigušnice (SAA),
- Uređaja za upravljanje položajima prigušnice (CCIC).

U ormaru se nalazi i uređaj za prikupljanje bitnijih signala stanja regulacijskog sustava i daljinskog slanja istih.

Temeljem proučavanja i višegodišnjeg iskustva određuju se kriteriji za uzemljenje zvjezdišta transformatora (Tablica 6.1.).

Nazivni napon mreže Un [kV]	Tip mreže	Trafostanica	Kapacitivna struja I _c [A]	Način uzemljenja zvjezdišta
35	sve	X/35 kV	neovisno o veličini	maloohmsko uzemljenje - otpornik 70 Ω , I_R = 300 A
20(10) nadz ili mješ	kabelska	X/20(10) kV	neovisno o veličini	maloohmsko uzemljenje - otpornik 40(20) Ω , $I_R = 300 \text{ A}$
	nadzemna ili mješovita	TS 35/20(10) kV	≤ 100 A	maloohmsko uzemljenje - otpornik 80(40) Ω , $I_R = 150 \text{ A}$
			$100 \text{ A} < I_c < 300 \text{ A}$	djelomična kompenzacija - otpornik 80(40) Ω , $I_R = 150 \text{ A}$ - prigušnica: 100-150-200- 250-300 A
		TS 110/20(10) kV	> 100 A	rezonantno uzemljenje -automatska kompenzacijska prigušnica

 Tablica 6.1. Kriteriji za uzemljenje zvjezdišta transformatora [4]

Na temelju tih kriterija provedeno je uzemljenje zvjezdišta transformatora u Elektroprimorju Rijeka.

Način uzemljenja po organizacijskim jedinicama prikazano je u tablici 6.2.

Organiz. jed.	Trafostanica	Transformator	Shema uzemljenja	Način uzemljenja	
	110/10 kV Sušak	T1, T2	otpornik po TR	maloohmsko uzemljenje (20 Ω)	
	110/35 kV Krasica	T1, T2	otpornik po TS	maloohmsko uzemljenje (70 Ω)	
	110/35 kV Rijeka (HE)	T1, T2, T3	otpornik po TS	maloohmsko uzemljenje (70 Ω)	
	110/35 kV Pehlin	T1, T2, T3	otpornik po TS	maloohmsko uzemljenje (70 Ω)	
	35/10 kV Kraljevica	T1, T2	otpornik po TS	djelomična kompenzacija	
	10/20 kV Kraljevica	Т3	-	izolirano zvjezdište	
	35/10 kV Krasica	T1, T2	-	izolirano zvjezdište	
	35/10 kV Mavrinci	T1, T2	-	izolirano zvjezdište	
Sjedište	35/10 kV Grobnik	T1, T2	-	izolirano zvjezdište	
	35/10 kV Mavri	T1	-	izolirano zvjezdište	
	35/20 kV Mavri	T2	-	izolirano zvjezdište	
	35/10 kV Zamet	T1, T2	-	izolirano zvjezdište	
	35/10 kV Turnić	T1, T2, T3	-	izolirano zvjezdište	
	35/10 kV Industrija	T1, T2	-	izolirano zvjezdište	
	35/10 kV Škurinje	T1, T2	-	izolirano zvjezdište	
	35/10 kV Centar	T1, T2	-	izolirano zvjezdište	
	35/10 kV ŠkoljiĆ	T1, T2, T3, T4	-	izolirano zvjezdište	
	110/35 kV Delnice	T1, T2	otpornik po TS	maloohmsko uzemljenje (70 Ω)	
	35/20 kV Delnice	T1, T2	otpornik po TS	maloohmsko uzemljenje (80 Ω)	
Pogon Skrad	35/20 kV Gerovo	T1, T2	otpornik po TS	maloohmsko uzemljenje (80 Ω)	
	35/20 kV Vrata	T1, T2	otpornik po TS	maloohmsko uzemljenje (80 Ω)	
	35/20 kV Vrbovsko	T1, T2	otp. i prig. po TR	djelomična kompenzacija+shunt	
	35/20 kV Kupjak	T1, T2	otp. i prig. po TR	djelomična kompenzacija	
Pogon Crikvenica	110/20 kV Crikvenica	T1, T2	prigušnica po TR	rezonantno uzemljenje	
	110/35 kV Vinodol (HE)	T1, T2	otpornik po TS	maloohmsko uzemljenje (70 Ω)	
	35/20 kV Novi	T1, T2	element po TS	maloohmsko uzemljenje (80 $\varOmega)$	
Pogon	110/20 kV Matulji	T1, T2	otp. i prig. po TR	djelomična kompenzacija	
Opatija	110/20 kV Lovran	T1, T2	otp. i prig. po TR	djelomična kompenzacija	
	110/35 kV Lošinj	T1, T2	otpornik po TS	maloohmsko uzemljenje (70 Ω)	
	35/10 kV Lošinj 2	T1, T2	-	izolirano zvjezdište	
Pogon Cres –	35/10 kV Lošinj	T1, T2	-	izolirano zvjezdište	
Lošinj	35/10 kV Cres	T1, T2	-	izolirano zvjezdište	
	35/10 kV Hrasta	T1, T2	-	izolirano zvjezdište	
	35/10 kV Osor	T1	-	izolirano zvjezdište	
Pogon Rab	110/20 kV Rab	T1, T2	element po TR	maloohmsko uzemljenje (80 Ω)	
	110/20 kV Krk	T1 T2	prigušnica po TR	rezonantno uzemlienie	
Pogon Krk	(Gabonjin)	11, 12	priguanica po Tix		
1 0501111	20/35 kV Krk (Gabonjin)	Т3	otpornik po TR	maloohmsko uzemljenje (70 Ω)	
	110/20 kV Dunat	T1, T2	otp. i prig. po TR	djelomična kompenzacija	

Svaki sustav uzemljenja zvjezdišta srednjenaponskih razdijelnih mreža ima svoje prednosti i nedostatke. Na područjima gdje se uz velike kapacitivne struje može utvrditi i veliki broj dozemnih kvarova, preporuča se upotreba automatske kompenzacijske prigušnice. To je napredno tehnološko rješenje koje zahtijeva i veća ulaganja.

7. ZAKLJUČAK

U ovom radu opisana je pojava rezonancije u izmjeničnim strujnim krugovima. To su serijski, paralelni i mješoviti spojevi koji uvelike pridonose razvitku pojedinih grana elektrotehnike. Kod svakog od navedenih spojeva detaljno je obrazložen i prikazan odnos različitih električnih veličina. Za svaki se spoj izvršilo laboratorijsko i programsko mjerenje kako bi se provjerilo jesu li izračunate vrijednosti približno jednake stvarnima. Kod serijskog i paralelnog RLC spoja rezonancija nastaje kada je vrijednost induktivnog otpora jednaka iznosu kapacitivnog otpora. Kod mješovitog je spoja potrebno da je imaginarni dio impedancije odnosno admitancije jednak nuli, kako bi spoj bio u rezonanciji. Teorijski je poznato, a u laboratoriju i dokazano kašnjenje struje kroz induktivitet za naponom izvora, prethođenje struje kroz kondenzator za naponom izvora i struja kroz otpornik koja je u fazi s naponom izvora. U programu Matlab (simulink) simuliran je serijski, paralelni i mješoviti spoj te je prikazan valni oblik napona i struja za te spojeve. Najveća su odstupanja dolazila kod laboratorijskog mjerenja jer se zanemario otpor žica i unutarnji otpor funkcijskog generatora. Ta su mjerenja pokazala realnu sliku stvarnosti i dokazala da postoji više utjecaja na točnost rezultata koji se u praktičnim izračunima zanemaruju.

U drugom dijelu Završnog rada, koji obuhvaća primjenu rezonancije u elektroenergetici, opisano je uzemljenje zvjezdišta transformatora srednjenaponskih mreža pomoću Petersenove prigušnice. Svaki način uzemljenja zvjezdišta transformatora ima svoje prednosti i nedostatke. Ovaj način povećava kvalitetu opskrbe električnom energijom u smislu pouzdanosti napajanja, što je u današnjim uvjetima otvorenog tržišta vrlo važno. Osim tehničkog pristupa važan je i ekonomski jer se pojedina rješenja značajno razlikuju u visini financijskih sredstava potrebnih za njihovu primjenu.

8. LITERATURA

Pinter, V.: "Osnove elektrotehnike, knjiga druga", Tehnička knjiga, Zagreb, 1994.

Kuzmanović, B.: "Osnove elektrotehnike 2", Zagreb, 2005.

[1.] Komen, V.: "Izmjenična električna struja i izmjenični strujni krugovi", s Interneta, http://www.veleri.hr/files/datoteke/nastavni_materijali/k_sigurnost_1/ELEK_POG_05.pdf, 22.7.2016.

[2.] Markota.: "VF sklopovi i sustavi" s Interneta, http://markota.com.hr/2011_2012/4e/vf_sklopovi/vf_sklopovi4.pdf, 24.7.2016.

[3.] Pinter, V.: "Osnove elektrotehnike, knjiga druga", s Interneta, https://www.scribd.com/doc/83932427/Viktor-Pinter-Osnove-Elektrotehnike-2, 22.7.2016.

[4.] Komen, V.; Ćućić, R.; Sirotnjak, V.: "Pristup uzemljenju zvjezdišta srednjenaponskih mreža", s Interneta, http://www.ho-cired.hr/referati/SO1-18.pdf, 22.7.2016.

9. SAŽETAK

U ovom radu opisana je pojava rezonancije u izmjeničnim strujnim krugovima. Detaljno su obrađeni serijski, paralelni i mješoviti strujni krugovi te se za te spojeve izvršilo računsko, programsko i laboratorijsko mjerenje. Primjena rezonancije u elektroenergetici spomenuta je kod uzemljenja zvjezdišta transformatora pomoću Petersenove prigušnice.

Ključne riječi: rezonancija, Petersenova prigušnica, izmjenični strujni krug, transformator, otpornik, zavojnica, kondenzator.

9. SUMMARY

This final work describes the phenomenon of resonance in AC circuits. Series, parallel and combination circuits are described in detail; moreover, calculating, programming and laboratory measurements for the mentioned circuits were performed. The usage of resonance in electricpower engineering is mentioned with earthing of the transformer star-point using the Petersen coil.

Key words: resonance, Petersen coil, AC circuits, transformer, resistor, inductor, capacitor.