

SVEUČILIŠTE U RIJECI

TEHNIČKI FAKULTET

Preddiplomski stručni studij elektrotehnike

Završni rad

**PRORAČUN TOKOVA SNAGA GAUSS-SEIDELOVIM
ITERATIVNIM POSTUPKOM POMOĆU MATRICE
IMPEDANCIJE ČVOROVA**

Rijeka, rujan 2016.

Niko Buić
0069063217

TEHNIČKI FAKULET
Povjerenstvo za završne ispite
prediplomskog stručnog studija elektrotehnike
Br.: 602-04/16-14/55
Rijeka, 13.07.2016.

Z A D A T A K za završni rad

Pristupnik: Niko Buić

Matični broj: : 0069063217
Lokalni matični broj: 13800016

Naziv zadatka: **PRORAČUN TOKOVA SNAGA GAUSS-SEIDELOVIM ITERATIVNIM
POSTUPKOM POMOĆU MATRICE IMPEDANCIJE ČVOROVA**

Title (*English*): **Gauss-Seidel method for load flow analysis using a impedance
matrix**

Polje znanstvenog područja: 2.03. Elektrotehnika
Grana znanstvenog područja: 2.03.01 elektroenergetika

Osnovno o tokovima snaga u distribucijskim i prijenosnim mrežama, Metode proračuna tokova snaga. Analizirati jednu zamkastu mrežu Gauss-Seidelovim iterativnim postupkom pomoću matrice impedancije čvorova.

Mentor:

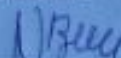
Predsjednica Povjerenstva:



V. pred. mr. sc. Marijana Živić-Đurović,
dipl.ing.

Izv. prof. dr. sc. Vera Gradišnik, dipl.ing.

Student:



Niko Buić

Završni radovi moraju biti u skladu s „Uputama za pisanje završnog / diplomskog rada“.

Prema Rješenju od dne. 08.07.2016.

SVEUČILIŠTE U RIJECI

TEHNIČKI FAKULTET

Preddiplomski stručni studij elektrotehnike

IZJAVA

Sukladno članku 9. "Pravilnika o završnom radu, završnom ispitu i završetku stručnih studija" Tehničkog fakulteta Sveučilišta u Rijeci, izjavljujem da sam samostalno izradio završni rad prema zadatku za završni rad pod brojem 602-04//16-14/55 (proračun tokova snaga gauss-seidelovim iterativnim postupkom pomoću matrice impedancije čvorova) uz konzultiranje s mentorom.

Niko Buić

Rijeka, rujan 2016.

0069063217

Zahvala mentoru

Iskreno se zahvaljujem mentorici mr. sc. Marijani Živić Đurović, v. pred. na vrlo korisnim uputama smjernicama i sugestijama prilikom izrade ovog završnog rada.

Sadržaj:

1. UVOD:	2
2. RJEŠAVANJE PROBLEMA TOKA SNAGE.....	4
3. RJEŠAVANJE PO GAUSS-SEIDELOVOJ ITERACIJI.....	4
3.1. Gauss.Seidelov iterativni postupak rješavan $[Z_{\xi}]$ matricom.....	7
3.2. Gauss.Seidelov iterativni postupak rješavan $[Y_{\xi}]$ matricom.....	9
4. NEWTON-RAPHSONOVA METODA RJEŠAVANJA	11
4.1. Newton-Raphsonova metoda prijenjena u jednadžbama toka snage	15
5. RAZDVAJANJE SNAGA $P\theta - QU$	17
6. PRIBLIŽNA RJEŠENJA U SKLOPU PROBLEMA TOKA SNAGE	20
6.1 Linearizacija	20
6.2 Formulacija matrice istosmjernog toka snage.....	24
7.PRORAČUN TOKOVA SNAGA JEDNE ZAMKASTE MREŽE GAUSS-SEIDELOVOM METODOM POMOĆU MATRICE IMPEDANCIJE ČVOROVA	26
8. ZAKLJUČAK:.....	47
9.POPIS LITERATURE:.....	48
10.SAŽETAK I KLJUČNE RIJEČI:.....	49

1. UVOD:

Problematika optimalnog toka snage nastoji kontrolirati proizvodnju/potrošnju od generatora odnosno potrošača kako bi se optimizirali određeni ciljevi poput minimizacije troškova proizvodnje ili gubitka snage u mreži. Taj je problem po prvi puta izložio Carpentier 1962. godine, te je isti od tada jedan od temeljnih problema u radu elektroenergetske mreže.

Problematika optimalnog toka snage postaje sve važnija za distribucijske mreže zbog pojave velike količine proizvedene i distribuirane energije te potrošača sa ugovorenom mogućnošću smanjenja snage, poput električnih vozila. Distribuiranu proizvodnju je teško predvidjeti, s obzirom da dovodi u pitanje tradicionalnu kontrolnu strategiju po načelu „proizvodnja slijedi potražnju“. U međuvremenu, potrošači ugovorenom mogućnošću pružaju znatan potencijal za kompenzaciju nepredvidljivosti u distribuiranoj proizvodnji. Rješavanje problema optimalnog toka snage je neophodno za integraciju distribuirane proizvodnje i ostvarenje potencijala potrošača za ugovorenom mogućnošću smanjenja snage. Problem optimalnog toka snage teško je rješiv zbog nekonveksnih ograničenja toka snage i u načelu postoje tri načina za pristup tom problemu: 1. linearizirati ograničenja toka snage; 2. naći lokalne optimalne tokove snaga; 3. konveksirati ograničenja toka snage, koja su opisana u nastavku.

Ograničenja toka snage mogu se približno odrediti linearnim ograničenjima u prijenosnim mrežama, kada se problem optimalnog toka snage svede na linearan program. Ta metoda se često koristi u praksi za prijenosne mreže, ali se ne primjenjuje na distribucijske mreže. Razni algoritmi predloženi su za nalaženje lokalnih optimalnih tokova snage. Međutim, ne samo da nije garantirana konvergencija tih algoritama, već i lokalni optimum može biti uvelike ispod optimalne razine.

Matematičke modele koje sam opisao u svom radu predstavljaju način na koji se rješavaju tokovi snaga. Za svaki od proračuna koje napravimo moramo definirati sabirničke uvjete od kojih su najčešće sljedeći:

- djelatna snaga
- jalova snaga
- modul napona
- fazni kut napona.

U drugom se poglavlju obradio problem tokova snaga, kako se može riješiti te kojim postupcima.

Treće se poglavlje bazira na Gauss-Seidelovu iteraciju, te je u detaljnoj formi opisana njegova problematika. Također, tekst je popraćen s formulama bez kojih se nebi moglo doći do kraja spomenutog postupka. Isto tako govori se i o problemima u spomenutom sustavu rješavanja. Dodatak ovom odlomku je i postupak rješavanja sa Z_{ε} i Y_{ε} matricom, koja je i korištena u rješavanju brojčanog dijela završnog rada.

U četvrtoj se cjelini dotiče Newton-Raphsonove metode općenito, te njezino lakše razumijevanje i primjena u rješavanju problema toka snaga. U poglavlju se isto tako spominju jednodimenzijski slučajevi, uz kojih se možemo pobliže upoznati s metodom. Kvadratna konvergencija i više dimenzijski slučajevi su dodaci u kojima se detaljno vidi primjena spomenute metode i detaljno su objašnjeni koraci rješavanja.

U petoj se cjelini dotiče primjene Newton-Raphsonove metode na jednadžbe tokova snaga, određivanje vektora stanja nepoznatih veličina, kuteva napona i drugo.

Šesto se poglavlje spominje zbog velike povezanosti realne snage i njezinog kuta, kao i između Q i U . Spominju se četiri glavna problema koji su: magnituda napona, kut napona, realna snaga mreže i reaktivna snaga o kojima ćemo detaljnije u nastavku.

U sedmom se odlomku govori o približnim rješavanjima u sklopu problema toka snage. U odlomcima prije, sve spomenute metode su veoma precizne, međutim u planiranju električnim sustavima snaga javlja se potreba za bržim rješavanjima sustava snaga. Metode temeljene na načelu aproksimacije mogu biti iskorištene kako bi identificirali i najkritičnije slučajeve, koji će biti dalje analizirani putem kompletnih modela.

2. RJEŠAVANJE PROBLEMA TOKA SNAGE

U svim realističnim slučajevima problem toka snage ne može biti analitički riješen, stoga se moraju primijeniti iterativna rješenja korištena ručno ili računalno. Analizirati će se dva postupka rješavanja problema: Gaussovu iteraciju po varijanti pod nazivom Gauss-Seidelov iterativni postupak pomoću matrice admitancije čvorova, te pomoću matrice impedancije čvorova koja će i biti detaljnije obrađena na konkretnom primjeru, te Newton-Raphson postupak.

3. RJEŠAVANJE PO GAUSS-SEIDELOVOJ ITERACIJI

Jednadžbe mogu biti iskazane u složenom obliku kao:

$$S_k = E_k \sum_{m \in K} E_k Y_{km} \quad k=1,2,3,\dots,N \quad (1.1)$$

Grupa K je grupa sabirnica uz (priključenih na) sabirnicu k , uključujući sabirnicu k te su stoga poprečne admitancije uključene u jednadžbu. Iz toga proizlazi $E_k = U_k e^{j\theta_k}$. Ta se jednadžba može napisati kao

$$E_k = \frac{1}{Y_{kk}^*} * \left[\frac{S_k}{E_k} - \sum_{m \in \Omega} Y_{km}^* E_m^* \right], \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (1.2)$$

gdje je Ω_k grupa svih sabirnica priključenih na sabirnicu k izuzevši sabirnicu k . Kompleksno konjugirana jednadžba 1.2 daje jednadžbu 1.3.

$$E_k = \frac{1}{Y_{kk}} \left[\frac{S_k^*}{E_k^*} \sum_{m \in \Omega} Y_{km} E_m \right] \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (1.3)$$

Na taj se način dobiju $N-1$ algebarske (kompleksne) jednadžbe u kompleksnim varijablama E_k u obliku

$$\begin{aligned}
E_2 &= h_2(E_1, E_2, \dots, E_N) \\
E_3 &= h_3(E_1, E_2, \dots, E_N) \\
&\vdots \\
&\vdots \\
E_N &= h_N(E_1, E_2, \dots, E_N)
\end{aligned}
\tag{1.4}$$

gdje su funkcije h_i proizašle iz jednadžbe 1.3. Ovdje se pretpostavlja da je sabirnica broj 1 sabirnica $U\theta$, stoga je dana E_1 i nemamo jednadžbu za čvor 1. Za sabirnice PQ nisu poznate ni veličina ni kut E_k , dok je za sabirnice PU nepoznat samo kut. Za sabirnice PQ je poznat S_k dok je za sabirnice PU poznat samo P_k . To će u nastavku teksta biti detaljnije razrađeno.

U vektorskom obliku može biti napisana kao :

$$x = h(x) \tag{1.5}$$

te je na temelju te jednadžbe predložena sljedeća iterativna shema

$$x^{v+1} = h(x^v), \quad v = 0, 1, \dots \tag{1.6}$$

gdje eksponent označava broj iteracije. Tako se počevši sa inicijalnom vrijednosti X^0 dobiva slijed

$$x^0, x^1, x^2, \dots \tag{1.7}$$

Ako se slijed konvergira, tj. $X^v \Rightarrow X^*$, tada je

$$x^* = h(x^*) \tag{1.8}$$

a X^* je rješenje jednadžbe 1.5.

U praksi se iteracija zaustavlja kada primjene u X^v postanu dovoljno male, odnosno kada je pravilo $\Delta x^v = x^{v+1} - x^v$ manje od unaprijed određene vrijednosti ϵ .

Kako bi se započelo sa iteracijom, potrebno je pretpostaviti početnu vrijednost X . Obično, ako nije unaprijed poznato rješenje odaberu se svi nepoznati iznosi napona i fazni kutevi jednaki onima u referentnoj sabirnici, obično oko 1 p.u. i fazni kut je jednaki nuli. Inicijalno rješenje naziva se ravnomjerna inicijalizacija.

Razlika između Gaussove i Gauss-Seidelove iteracije može se objasniti razmatranjem jednadžbe 1.5. sa svim izračunatim segmentima.

$$\begin{aligned}x_2^{v+1} &= h_2(x_1, x_2^v, \dots, x_N^v) \\x_3^{v+1} &= h_3(x_1, x_2^v, \dots, x_N^v) \\&\dots \\&\dots \\x_N^{v+1} &= h_N(x_1, x_2^v, \dots, x_N^v)\end{aligned}\tag{1.9}$$

U vršenju proračuna jednadžbe se obrađuju od početka do kraja. Sada se primjećuje da kada rješavamo po X_3^{v+1} već znamo X_3^{v+2} . S obzirom na to da se pretpostavlja da je X_3^{v+1} bolja procjena od X_3^{v+2} , čini se razumnim koristiti tu novu vrijednost. Jednako tako kada rješavamo X_4^{v+1} možemo koristiti vrijednosti iz X_3^{v+1} i X_3^{v+2} .

Taj se postupak naziva Gauss-Seidelovom iteracijom:

$$\begin{aligned}x_2^{v+1} &= h_2(x_1, x_2^v, \dots, x_N^v) \\x_3^{v+1} &= h_3(x_1, x_2^{v+1}, \dots, x_N^v) \\&\dots \\&\dots \\x_N^{v+1} &= h_N(x_1, x_2^{v+1}, \dots, x_N^v)\end{aligned}\tag{1.10}$$

Očito je da je konvergencija Gauss-Seidelove iteracije brža od sheme Gaussove iteracije. Za PQ sabirnice u potpunosti je poznata kompleksna snaga S_k i dobro je definiran izračun desne strane jednadžbe 1.3. Međutim, za PU sabirnice Q nije definiran ali je određen tako da se

veličina napona održava na specifičnoj vrijednosti. U tom slučaju mora se procijeniti jalovu snagu i očit izbor je

$$Q_k^v = \zeta [E_k^v \sum_{m \in K} Y_{km}^* (E_m^*)^v] \quad (1.11)$$

U Gauss-Seidelovoj iteracijskoj shemi trebaju se koristiti posljednje izračunate vrijednosti E_m . Valja napomenuti da gore navedena iteracijska shema daje rješenje i za PU sabirnice ako se konvergira.

Problem sa Gaussovom i Gauss-Seidelovom iteracijskom shemom jest da konvergencija može biti vrlo spora i ponekad se iteracija niti ne konvergira usprkos činjenici da rješenje postoji. Osim toga nisu poznati opći rezultati vezano uz značajke i kriterije konvergencije.

3.1. Gauss-Seidelov iterativni postupak rješavan $[Z_\epsilon]$ matricom

Ako uzmemo da nam je referentno čvorište nula sustava, onda moramo uzeti u obzir da obuhvatimo sve poprečne grane matricom impedancija vlastitih i međusobnih čvorišta. Takva matrica ima isto toliko stupaca i redova koliko ima i sama sabirnica.

Iznos napona sabirnice prema nuli sustava možemo dobiti ovako:

$$\bar{V}_i^v = \sum_{j=1}^n \bar{Z}_{ij} \bar{I}_j^{(v)} \quad j=1,2,\dots,n \quad (1.12)$$

gdje je

$$\bar{I}_j^{(v)} = \frac{P_j - jQ_j}{(\bar{V}_j^{v-1})^*} \quad (1.13)$$

U slučaju da u sustavu nedostaju poprečne grane, nemoguće je izračunati matricu $[Z_\epsilon]$. U tom slučaju trebamo povezati barem jednu sabirnicu s referentnim čvorištem sustava.

Reći ćemo da je i -to čvorište opterećeno snagom \bar{S}_i . Nepoznat nam je napon i -tog čvorišta, te koristimo impedanciju \bar{Z}_{0-1} da izračunamo impedanciju.

$$\bar{Z}_{0-1} = -\frac{|\bar{V}_i^{(0)}|^2}{\bar{S}_i^*} \quad (1.14)$$

Ako se odlučimo za promjenu napona na i-toj sabirnici, onda tu radnju radimo u toku računanja, ali onda isto tako mijenjamo i \bar{Z}_{0-1} . U tom slučaju mijenjamo i matricu $[Z_c]$.

S obzirom na to da nam nije u interesu da mijenjamo matricu $[Z_c]$, ostavit ćemo \bar{Z}_{0-1} u svim iteracijama, a razliku koja nastaje ispravit će se injektiranom snagom.

Formula za injektiranu struju korekcije je:

$$\bar{I}_i^{(v)} = \left[\frac{\bar{S}_i}{\bar{V}_i^{(v-1)}} + \left(\frac{\bar{V}_i^{v-1}}{\bar{Z}_{0-1}} \right)^* \right]^* \quad (1.15)$$

gdje uzmemo da je za $v=1$:

$$\bar{I}_i^{(v)} = 0 \quad (1.16)$$

Uzmemo li da je referentno čvorište sabirnica regulacijskog sklopa, onda je napon prema nuli sustava \bar{V}_R . Napon za bilo koju sabirnicu prema nuli sustava kažemo da je:

$$\bar{V}_i^v = \bar{V}_r \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq r}}^n \bar{Z}_{ij} \bar{I}_j^{(v)} \quad j=1, \dots, r-1, r+1, \dots, n \quad (1.17)$$

gdje uzmemo

$$\bar{I}_j^{(v)} = \frac{P_j - jQ_j}{(\bar{V}_j^{v-1})^*} - \bar{Y}_{0-1} * \bar{V}_j^{(v-1)} \quad (1.18)$$

Dimenzije matrice $[Z_c]$ su: $(n - 1) \times (n - 1)$.

Matrica $[Z_c]$ izračunava se pomoću podataka o mreži, a za izračunavanje struje koriste se pretpostavljeni naponi. U sjedećim koracima koristimo izračunate napone u prethodnim iteracijama.

Na kraju svake iteracije postavimo si pitanje dali smo došli do kraja, tj. dali je rješenje dovoljno blizu pravom rješenju. Za čvorišta provjeravamo preko formule koja glasi:

$$\Delta V = \left| |\bar{V}^{(v)}| - |\bar{V}^{(v-1)}| \right| \leq \varepsilon \quad (1.19)$$

gdje uzmemo da je ε granična dopuštena tolerancija odstupanja.

Konvergenciju procesa provjeravamo preko izraza:

$$\left| |\bar{V}^{(v+1)}| - |\bar{V}^{(v)}| \right| < \left| |\bar{V}^{(v)}| - |\bar{V}^{(v-1)}| \right| \quad (1.20)$$

3.2. Gauss-Seidelov iterativni postupak rješavan $[Y_\varepsilon]$ matricom

Ovaj način rješavanja izvedenica je Gaussova postupka koji koristi $[Y_\varepsilon]$. Najprije odaberemo nulu sustava za koje će nam biti referentno čvorište, a ostala čvorišta označimo brojevima $1, \dots, n$. S obzirom na to da je napon regulacijske elektrane poznat, za ostala čvorišta napišemo jednadžbu kao što je prikazano u nastavku:

$$\bar{V}_i^{(v)} = \frac{1}{\bar{Y}_{ii}} \left(\bar{I}_i^{(v)} - \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j^{(v-1)} \right) \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, n \\ i \neq r \end{matrix} \quad (1.21)$$

gdje je r - sabirnica regulacijskog sustava

Struju u sabirnicama možemo izračunati preko poznatih snaga i uz pomoć pretpostavljenih, odnosno izračunatih napona:

$$\bar{I}_i^{(v)} = \frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^{(v-1)*}} \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, n \\ i \neq r \end{matrix} \quad (1.22)$$

Izraz (1.22) uvrstimo u izraz (1.23) te dobijemo:

$$\bar{V}_i^{(v)} = \frac{1}{\bar{Y}_{ii}} \left(\frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^{(v-1)*}} - \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j^{(v-1)} \right) \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, n \\ i \neq r \end{matrix} \quad (1.23)$$

Izraz (1.23) predstavlja Gaussov algoritam. Uvrštavanje se odvija tako da na desnoj strani uvrstimo napone prethodne iteracije $(v-1)$, a nove napone stavimo na lijevu stranu nove k -te iteracije. U gauss-Seidelovom se postupku uzimaju se u i -toj jednadžbi svi naponi na desnoj strani k -te iteracije za sva čvorišta čiji je napon već izračunat. Naponi $(k-1)$ -ve iteracije uvrštavaju se za sva ostala čvorišta. Uzevši u obzir sve gore navedeno, izraz (1.23) poprima oblik:

$$\bar{V}_i^{(v)} = \frac{1}{\bar{Y}_{ii}} \left(\frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^{(v-1)*}} - \sum_{j=1}^{i-1} \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j^{(v)} \sum_{j=i+1}^n \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j^{(v-1)} \right) \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, n \\ i \neq r \end{matrix} \quad (1.24)$$

Kako bi pojednostavili i skratili vrijeme i trud za računanje, kao da bi i izbjegli ponavljanje u svakoj narednoj iteraciji uvodimo:

$$\frac{P_i - jQ_i}{\bar{Y}_{ii}} = \bar{L}_{ii} \frac{\bar{Y}_{ij}}{\bar{Y}_{ii}} = \bar{L}_{ij} \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, n \\ i \neq r \end{matrix} \quad (1.25)$$

$$\bar{V}_i^{(v)} = \frac{\bar{L}_{ii}}{\bar{V}_i^{(v-1)*}} - \sum_{j=1}^{i-1} \bar{L}_{ij} \bar{V}_j^{(v)} \sum_{j=i+1}^n \bar{L}_{ij} \bar{V}_j^{(v-1)} \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, n \\ i \neq r \end{matrix} \quad (1.26)$$

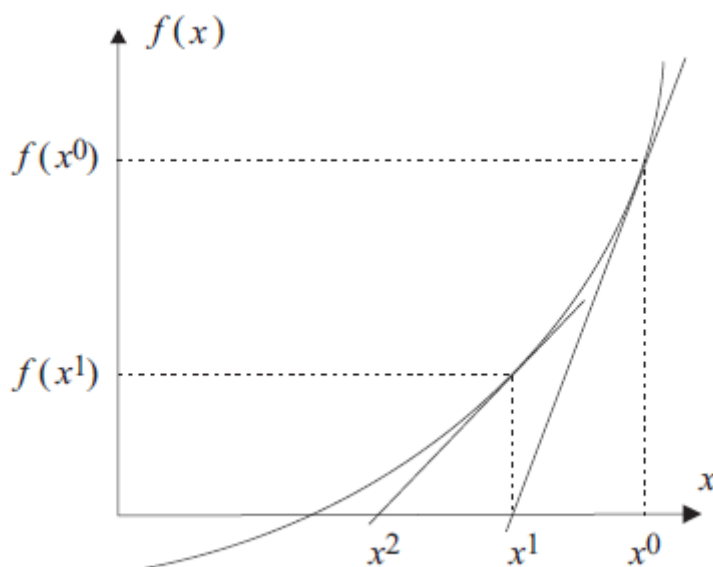
4. NEWTON-RAPHSONOVA METODA RJEŠAVANJA

Prije apliciranja spomenute metode u svrhu rješavanja problema toka snage moramo se osvrnuti na iteracijsku shemu i neke od njezinih mogućnosti.

Sustav nelinearnih algebarskih jednažbi može se zapisati kao:

$$f(x) = 0 \quad (2.1)$$

gdje x predstavlja n -vektor nepoznanice, a fn -vektor funkcije X . Koristeći adekvatnu početnu vrijednost X^0 ,



Slika 1.1 Jednodimenzijiski primjer Newton.Rapsonove metode

Newton-Raphsonova metoda rješava ovakvu vektorsku jednažbu prateći slijed:

$$J(x^v)\Delta x^v = -f(x^v) \quad (2.2)$$

$$x^{v+1} = x^v + \Delta x^v$$

gdje je $J(x^v) = \partial f(x^v)/\partial x$ Jacobijeva matrica sa elementima:

$$J_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \quad (2.3)$$

Jednodimenzijski slučaj

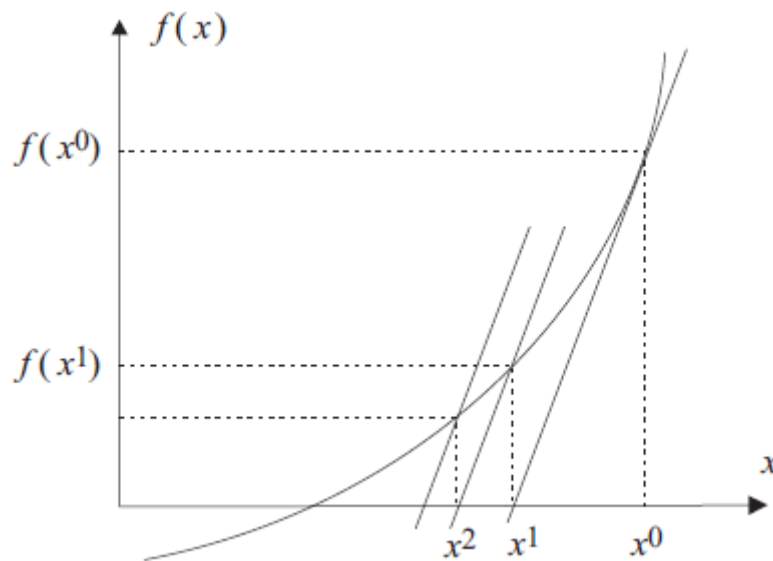
Kako bi se pobliže upoznali s metodom, prvo ćemo proučiti jednodimenzionalni slučaj, gdje jednačina (2.1) postaje

$$f(x) = 0 \quad (2.4)$$

gdje je x nepoznanica, a $f(x)$ skalarna funkcija. Slika (1.1) prikazuje jednostavan primjer gdje za jednačinu (2.4) postoji jedinstveno rješenje. Pod tim okolnostima, sljedeći algoritam možemo iskoristiti za pronalazak rješenja jednačine (2.4):

1. Potrebno je postaviti $v=0$ i odrediti adekvatnu vrijednost x^0 ;
2. Izračunati $f(x^v)$;
3. U sljedećem koraku usporedimo $f(x^v)$ sa određenom tolerancijom ϵ ; ako je $|f(x^v)| \leq \epsilon$, onda je $x = x^v$ rješenje jednačine (2.4).

U slučaju da je $|f(x^v)| > \epsilon$, krećemo na sljedeći korak;



Slika 1.2 „Dishonest“ varijacija Newton-Raphsonove metode u jednodimenzijском primjeru

4. Potrebno je linearizirati $f(x)$ u točki rješenja $[x^v, f(x^v)]$, kao što je prikazano na slici 1.2. odnosno $f(x^v + \Delta x^v) \sim f(x^v) + f'(x^v)\Delta x^v$ gdje se $f'(x^v)$ obračunava po x^v
5. Rješiti ćemo $f(x^v) + f'(x^v)\Delta x^v = 0$ za Δx^v , i ažurirati procijenjeno rješenje, $x^{v+1} = x^v + \Delta x^v$, gdje je $\Delta x^v = -f(x^v)/f'(x^v)$;
6. U posljednjem koraku ažurirat ćemo iteracijsku tezu $v + 1 \rightarrow v$ i krenuti ka drugom koraku.

Spomenuta metoda ilustrirana je na slici 1.2. U četvrtom koraku algoritma ovog slučaja dodijeljena je konstanta derivacije $f'(x^v) = f'(x^0)$. Iako se broj iteracija nužan za konvergenciju obično povećava, nije nužno ponovno izračunavati derivacije za svaku iteraciju zasebno, i od tuda se širina razlike u rješenju smanjuje. U koliko je potrebna samo djelomična preciznost, ukupna učinkovitost ove verzije može biti bolja od originalne Newton-Raphsonove metode.

Kvadratna konvergencija

Kako i točka rješenja x^* , tako i Newton-Raphsonova metoda obično predstavlja svojstvo nazvano *kvadratna konvergencija*. Konvergencija, što može biti dokazano u jednodimenzionalnom primjeru opisanom u prethodnom odlomku, ako je pretpostavljeno da je x^* jednostavan korijen te da su njegovi primarni i sekundarni derivati kontinuirani.

Stoga, $f'(x^*) = 0$, i za bilo koji x u određenom susjedstvu x^* , vrijedi da $f'(x) \neq 0$. Ako ε_v označava pogrešku u v -toj iteraciji, npr:

$$\varepsilon_v = x^* - x^{(v)} \quad (2.5)$$

Taylorovo širenje oko $x^{(v)}$ prinosi:

$$\begin{aligned} f(x^*) &= f(x^{(v)} + \varepsilon_v) \\ &= (x^{(v)}) + f'(x^{(v)})\varepsilon_v + 1/2f''(\bar{x})\varepsilon_v^2 \quad (2.6) \\ &= 0 \end{aligned}$$

gdje je $\bar{x} \in [x^{(v)}, x^*]$. Podjeljeno sa $f'(x^{(v)})$, ovaj se izraz može izraziti kao:

$$\frac{f(x^{(v)})}{f'(x^{(v)})} + \varepsilon_v + \frac{1}{2\frac{f''(\bar{x})}{f'(x^{(v)})}\varepsilon_v^2} = 0 \quad (2.7)$$

S obzirm da je:

$$\frac{f(x^{(v)})}{f'(x^{(v)})} + \varepsilon_v = \frac{f(x^{(v)})}{f'(x^{(v)})} + x^* - x^{(v)} = x^* - x^{(v+1)} = \varepsilon_{v+1} \quad (2.8)$$

Sljedeća relacija između ε_v i ε_{v+1} rezultira jednadžbom:

$$\frac{\varepsilon_{v+1}}{\varepsilon_v^2} = -\frac{1}{2} \frac{f''(\bar{x})}{f'(x^{(v)})} \quad (2.9)$$

U blizini korijena, tj. kako je $x^{(v)} \rightarrow x^*$, $\bar{x} \rightarrow x^*$, i mi posljedično tome imamo

$$|\varepsilon_{v+1}| = \frac{1}{2} \frac{|f''(x^*)|}{|f'(x^*)|} \varepsilon_v^2 \quad (2.10)$$

Iz primjera (2.10) jasno je vidljivo da je konvergencija kvadratna uz pretpostavku konstatiranu gore.

Višedimenzijiski slučaj

Ponovno razmatramo n-dimenzionalni slučajeve

$$f(x) = 0 \quad (2.11)$$

gdje je

$$f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x))^T \quad (2.12)$$

i

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \quad (2.13)$$

Tako su $f(x)$ i X n-dimenzijiski vektori.

Newton-Raphsonova metoda za rješavanje jednadžbe (2.11) praktički slijedi korake jednake onima korištenima u jednodimenzijiskom prikazu iznad, osim koraka 4, odnosno Jacobove matrice $J(x^v)$ i linearizacije putem Taylorovog širenja:

$$f(x^v + \Delta x^v) \sim f(x^v) + J(x^v) \Delta x^v \quad (2.14)$$

gdje Jacobianova matrica ima opći oblik:

$$J = \frac{\delta f}{\delta x} = \begin{pmatrix} \frac{\delta f_1}{\delta x_1} & \frac{\delta f_1}{\delta x_2} & \dots & \frac{\delta f_1}{\delta x_n} \\ \frac{\delta f_2}{\delta x_1} & \frac{\delta f_2}{\delta x_2} & \dots & \frac{\delta f_2}{\delta x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\delta f_n}{\delta x_1} & \frac{\delta f_n}{\delta x_2} & \dots & \frac{\delta f_n}{\delta x_n} \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

Korekcijski vektor Δx je rješenje za:

$$f(x^v) + J(x^v) \Delta x^v = 0 \quad (2.16)$$

Primjećujemo da je ovo linearizirana verzija od originalnog problema $f(x^v + \Delta x^v) = 0$. Rješenje jednadžbe (2.16) tako uključuje rješenje sustava linearnih jednadžbi što je obično učinjeno pomoću Gaussove eliminacije.

Newton-Raphsonova metoda za algoritamski slučaj ide prema sljedećem:

1. Potrebno je postaviti $v=0$ i odrediti adekvatnu vrijednost x^0 ;
2. Izračunati $f(x^v)$;
3. Probna konvergencija: ako je $|f_i(x^v)| \leq \varepsilon$ za $i = 1, 2, \dots, n$ onda je x^v rješenje jednadžbe, u suprotnom idemo na četvrti korak.
4. Izračunaj Jacobovu matricu $J(x^v)$
5. Uskladi rješenje:

$$\Delta x^v = -J^{-1}(x^v)f(x^v)$$

$$x^{v+1} = (x^v) + (\Delta x^v) \quad (2.17)$$

6. Obnovi iteracijsku tezu $v + 1 \rightarrow v$ i vrati se na drugi korak

4.1. Newton-Raphsonova metoda prijenjena u jednadžbama toka snage

U ovom ćemo djelu oblikovati Newton-Raphsonovu iteraciju jednadžbe toka snage. Kao prvo, vektor stanja nepoznatih veličina i kuteva napona je određen tako da

$$x = \begin{pmatrix} \Theta \\ U \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

I nelinearna funkcija \mathbf{f} je određena na način da prve komponente odgovaraju aktivnoj snazi, a one posljednje reaktivnoj snazi:

$$f(x) = \begin{pmatrix} \Delta P(x) \\ \Delta Q(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P(x) - P^{(s)} \\ Q(x) - Q^{(s)} \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

sa

$$f(x) = \begin{pmatrix} P_2(X) - P_2^{(s)} \\ \vdots \\ P_m(X) - P_m^{(s)} \\ Q_2(X) - Q_2^{(s)} \\ \vdots \\ Q_m(X) - Q_m^{(s)} \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

U jednadžbi (2.20) snage $P^k(x)$ su aktivni u tokovima snaga iz sabirnice k dane po jednadžbi $P_k = U_k \sum_{m \in K} U_m (G_{km} \cos \Theta_{km} + B_{km} \sin \Theta_{km})$ i $P_k^{(s)}$ označava realnu snagu u sabirnici k

koja se nalazi u generatorima i u potrošačima, a snaga $Q_k(x)$ daje reaktivnu energiju u tok snage iz sabirnice k izražene u jednadžbi $Q_k = U_k \sum_{m \in K} U_m (G_{km} \sin \Theta_{km} + B_{km} \cos \Theta_{km})$ i $Q_k(x)$ označava reaktivnu snagu u generatorima i potrošačima. Prve $m - 1$ jednadžbe su napravljene za PU i PQ sabirnice, a posljednja $m - 1$ jednadžba može se koristiti isključivo za PQ sabirnice. Ako su N_{PU} PU sabirnice i N_{PQ} PQ sabirnice, onda je $m - 1 = N_{PU} + N_{PQ}$ i $n - 1 = N_{PQ}$. Jednadžbe tih tokova snaga mogu biti napisane i kao:

$$f(x) = \begin{pmatrix} \Delta P(x) \\ \Delta Q(x) \end{pmatrix} = 0 \quad (2.21)$$

Sljedećom jednadžbom su prikazane moguće obnove rješenja:

$$J(x^v) \begin{pmatrix} \Delta \Theta^v \\ \Delta U^v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta P(x^v) \\ \Delta Q(x^v) \end{pmatrix} = 0 \quad (2.22)$$

Jacobova matrica se isto može zapisati kao:

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Delta P}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta P}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \Delta Q}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial \theta} \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

Što odgovara

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial P(x)}{\partial \theta} & \frac{\partial P(x)}{\partial \theta} \\ \frac{\partial Q(x)}{\partial \theta} & \frac{\partial Q(x)}{\partial \theta} \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

ili jednostavno

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial \theta} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial \theta} \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

U jednadžbi (2.25) matrice $\delta P / \delta \theta$ i $\delta Q / \delta U$ su uvijek kvadratne, a posljedično tome je i J .

5. RAZDVAJANJE SNAGA $P\theta - QU$

Gore spomenuti problem izmjeničnog toka snage uključuje četiri varijable, gdje je svaka povezana sa čvorom k mreže:

- U_k , magnituda napona
- θ_k , kut napona
- P_k , realna snaga mreže
- Q_k , reaktivna snaga mreže

Za prijenosne sustave, uočava se velika povezanost između realne snage i njezinog kuta, kao i između Q i U . Spomenuta će se činjenica u ovom odlomku koristiti kako bi pojednostavila i ubrzala proces izračunavanja. U sljedećem ćemo se poglavlju osvrnuti ka linearnim aproksimacijama nazvanim istosmjerni tok snage. Taj linearni model stavlja u korelaciju radnu snagu P sa kutom napona na sabirnici.

Uzmimo u obzir π -model prijenosne linije, gdje su serijski otpori i admitancije zanemareni i stavljeni na nulu. U ovom slučaju realna i jalova tokovi snaga su dane sljedećim pojednostavljenim izrazom jednadžbe:

$$P_{km} = \frac{U_k U_m \sin \theta_{km}}{x_{km}} \quad (3.1)$$

$$Q_{km} = \frac{U_k^2 - U_m \sin \theta_{km}}{x_{km}} \quad (3.2)$$

gdje je x_{km} serijski reaktant sljeda.

Osjetljivosti između P_{km} i Q_{km} i varijable U i θ su u ovoj aproksimaciji dani izrazom:

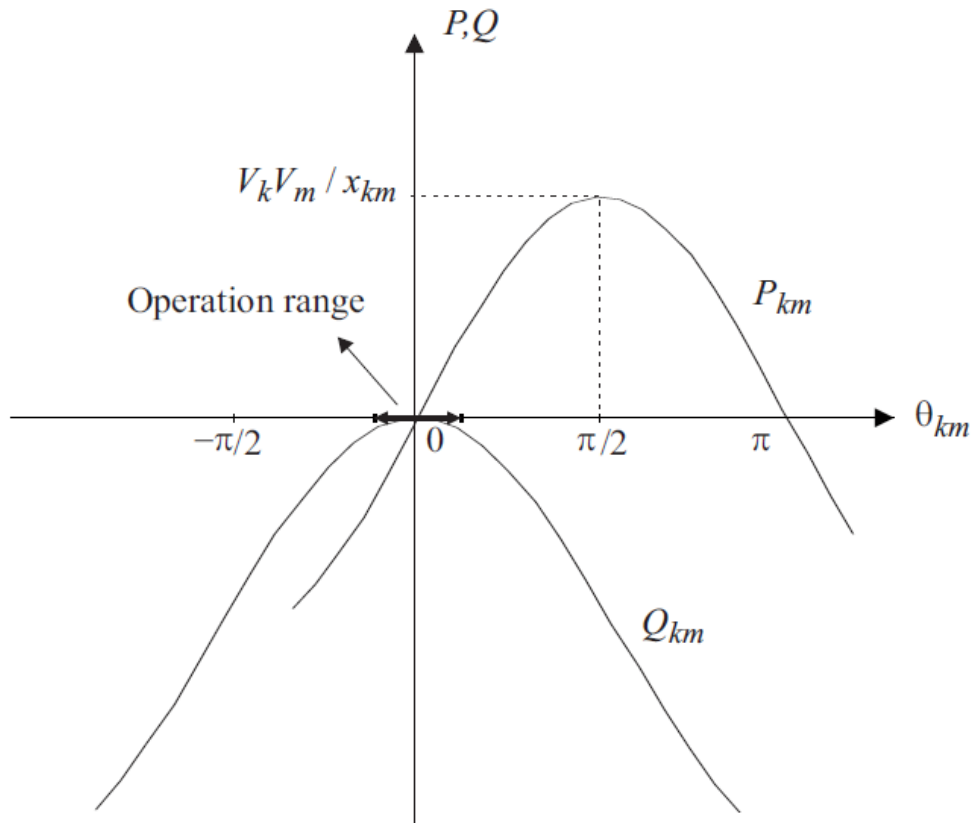
$$\frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_k} = \frac{U_k U_m \cos \theta_{km}}{x_{km}}, \quad \frac{\partial P_{km}}{\partial U_k} = \frac{U_m \sin \theta_{km}}{x_{km}} \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_k} = \frac{U_k U_m \sin \theta_{km}}{x_{km}}, \quad \frac{\partial Q_{km}}{\partial U_k} = \frac{2U_k - U_m \cos \theta_{km}}{x_{km}} \quad (3.4)$$

Kada je $\theta_{km} = 0$, primjećeni su savršeni uvjeti razdvajanja snaga.

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_k} = \frac{U_k U_m}{x_{km}} \frac{\partial P_{km}}{\partial U_k} = 0 \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_k} = 0 \quad \frac{\partial Q_{km}}{\partial U_k} = \frac{2U_k - U_m}{x_{km}} \quad (3.6)$$



Slika 2.1 Prikaz razlike između $P - \theta$ i $Q - \theta$

Kao što je prikazano na slici 2.1 u običajnom rasponu operacija (relativno mali kutevi napona), postoji snažna povezanost između radne snage i kuta napona kao i između jalove snage i magnitude napona, dok se mnogo slabija povezanost uočava između jalove snage i kuta napona, te magnitude napona i radne snage. Primijetiti ćemo da za veće kuteve navedena tvrdnja više nije primjenjiva. U sustavu $\theta_k = 90^\circ$ postoji snažna povezanost između P i U , također i za Q i θ .

Ako se povezanosti između $P - \theta$ i $Q - U$ zanemare, Newton-Raphsonova iteracijska shema može biti pojednostavljena. Vođeni tom pretpostavkom Jacobovu matricu možemo zapisati i kao:

$$J_{DEC} = \begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & 0 \\ 0 & \frac{\partial Q}{\partial U} \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

Stoga, nema povezanosti između obnovljenih magnituda napona i obnovljivih kuteva napona, te jednačba (2.22) može biti zapisana kao dvije zasebne:

$$\frac{\partial P}{\partial \Theta} \Delta \Theta^v + \Delta P(\Theta^v, U^v) = 0 \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \Theta} \Delta U^v + \Delta Q(\Theta^{v+1}, U^v) = 0 \quad (3.9)$$

U ovakvoj formulaciji, umjesto jednog; dva sustava linearnih jednadžbi moraju biti riješena. No, podrazumijeva se, ukupni broj riješenih jednadžbi mora biti jednak, ali s obzirom da potreban broj operacija rješavanja linearnih jednadžbi raste više nego linearno sa dimenzijom, potrebno nam je manje operacija kako bi riješili jednadžbu (3.8) i (3.9) nego jednadžbu (3.5) sa potpunom Jacobovom matricom J trebali bi zamijetiti da ako iteracije (3.8) i (4.9) konvergiramo, dobijemo točno rješenje jednadžbe toka snage. Konvergencija razdvojenih shema je ponešto sporija nego potpuna shema, ali često brže dobivanje rješenja kompenzira sporiju konvergenciju, dajući nam time najbrže moguće rješenje. Za ne preobilno opterećene sustave gotovo uvijek dobijemo brže vrijeme rješavanja. Jednadžbe (3.8) i (3.9) su riješene postepeno, te onda obnovljene nepoznanice prve jednadžbe (3.8) mogu biti iskorištene kako bi izračunali razliku drugog sustava jednadžbi (3.9). Cijeli postupak rezultira povećanom brzinom konvergencije.

Možemo učiniti brojne aproksimacije kako bi izračunali elemente matrica dviju sub matrica u jednadžbi (3.8) i (3.9). Ovo može utjecati isključivo na brzinu konvergencije u rješenju.

Ako se koriste aproksimacije koje se odnose na razlike radne i jalove snage, do rješenja možemo doći čak i brže, a li u tom ćemo slučaju dobiti samo približno rješenje. Ovaj ćemo postupak pobliže objasniti u sljedećem poglavlju.

6. PRIBLIŽNA RJEŠENJA U SKLOPU PROBLEMA TOKA SNAGE

U prethodnom poglavlju korišteni su precizni izrazi jednadžbi toka snage. No, s obzirom da su jednadžbe toka snage riješene periodično u operaciji i planiranju električnih sustava snaga, javila se potreba za bržim rješavanjem jednadžbi i u tu su svrhu aproksimacije s kojima smo se upoznali u ovom poglavlju od velike vrijednosti. Često su aproksimacije ovdje opisane korištene zajedno sa specifičnim i određenim metodama. Metode temeljene na načelu aproksimacije mogu biti iskorištene kako bi identificirali i najkritičnije slučajeve, koji će biti dalje analizirani putem kompletnih modela. Također spomenute metode možemo iskoristiti u svrhu pronalaska kvalitetnih inicijalnih ideja, koje bi nas nadalje dovele do konačnih rješenja jednadžbi.

6.1 Linearizacija

U ovom odlomku biti će izvedene linearizirane jednadžbe istosmjernog toka snage.

Dalekovodi

Ponovno ćemo razmotriti izraz za radni dio toka snage (P_{km} i P_{mk}) u dalekovodima koji je:

$$P_{km} = U_k^2 g_{km} - U_k U_m g_{km} \cos \Theta_{km} - U_k U_m b_{km} \sin \Theta_{km} \quad (4.1)$$

$$P_{mk} = U_m^2 g_{km} - U_k U_m g_{km} \cos \Theta_{km} + U_k U_m b_{km} \sin \Theta_{km} \quad (4.2)$$

Ove se jednadžbe mogu koristiti za određivanje pravih gubitaka snage u dalekovodima.

$$P_{km} + P_{mk} = g_{km}(U_k^2 + U_m^2 - 2U_k U_m \cos \Theta_{km}) \quad (4.3)$$

Ako su uvjeti koji korespondiraju s gubicima radne snage zanemareni u jednadžbama (4.1) i (4.2) rezultat je

$$P_{km} = -P_{mk} = -U_k U_m b_{km} \sin \Theta_{km} \quad (4.4)$$

Sljedeće aproksimacije su često valjane, osobito tijekom manjeg opterećenja:

$$U_k \sim U_m \sim 1 \text{ p. u} \quad (4.5)$$

$$\sin \Theta_{km} \sim \Theta_{km}$$

i stoga je

$$b_{km} = -1/x_{km} \quad (4.6)$$

Možemo pojednostaviti izraz za tok radne snage P_{km} na sljedećem izrazu:

$$P_{km} = \Theta_{km}/x_{km} = \frac{\Theta_k - \Theta_m}{x_{km}} \quad (4.7)$$

Ovaj je razlomak analogan Ohmovom zakonu za istosmjernu struju korištenu u otporniku:

- P_{km} istosmjerne struje
- Θ_k i Θ_m su istosmjerni naponi na krajevima otpornika
- x_{km} je označen otpornik

Fazni transformator

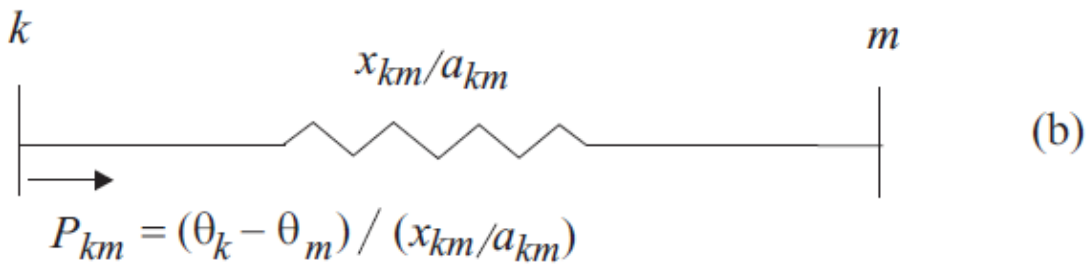
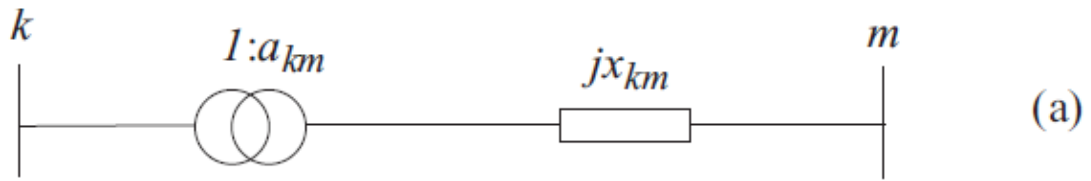
Radni djelovi tokova snaga, P_{km} i P_{mk} , u faznom transformatoru dane su jednačbom

$$P_{km} = (a_{km} U_k)^2 g_{km} - a_{km} U_m g_{km} \cos \Theta_{km} - a_{km} U_k U_m b_{km} \sin \Theta_{km} \quad (4.8)$$

Zanemarujući uvjete povezane sa gubicima i uvodeći jednake aproksimacije korištene za dalekovode prinosi

$$P_{km} = \frac{\Theta_{km}}{x_{km}/a_{km}} \quad (4.9)$$

gdje daljnjom aproksimacijom $a_{km} \sim 1$.

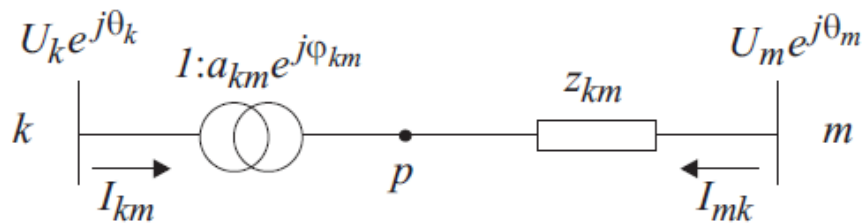


Slika 3.1 Fazni transformator. (a): Transformatorski sklop koji sadrži serijski otpor i transformator
(b) model istosmjernog toka snage

Fazni izmjenjivač

Uzmimo ponovno u obzir izraz za tok snage P_{km} u faznom izmjeničnom transformatoru. Što je prikazano slikom 3.1. sa $a_{km} = 1$.

$$P_{km} = U_k^2 g_{km} - U_k U_m g_{km} \cos(\Theta_{km} + \varphi_{km}) - U_k U_m b_{km} \sin(\Theta_{km} + \varphi_{km})$$



$$\theta_p = \theta_k + \varphi_{km}$$

$$U_p = a_{km} U_k$$

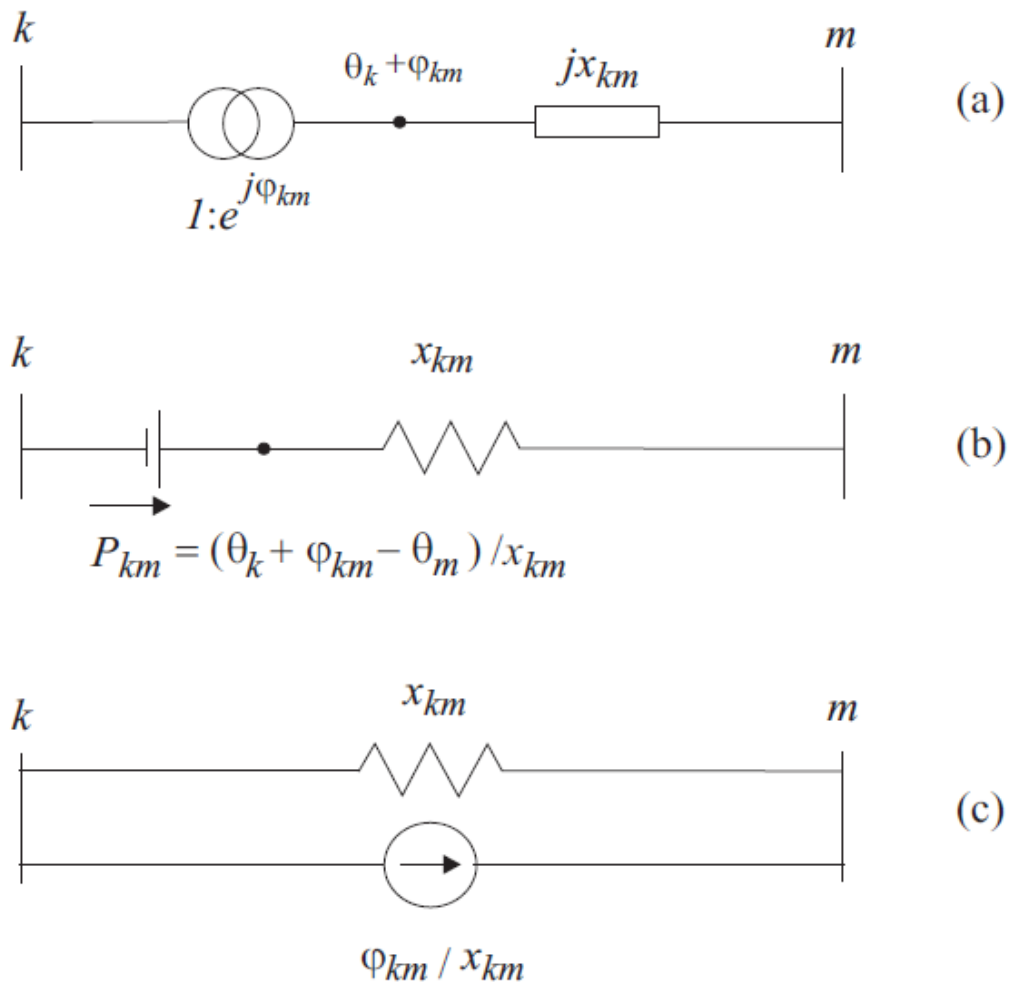
Slika 3.2 Fazni izmjenjivač sa $t_{km} = a_{km}e^{j\varphi}$

Kao i sa dalekovodima i sa faznim transformatorima, ako se uvjeti povezani sa gubitkom radne snage ignoriraju i $U_k = U_m = 1$ p.u. , te $b_{km} = -x_{km}^{-1}$, daje rezultat

$$P_{km} = \frac{\sin(\theta_{km} + \varphi_{km})}{x_{km}} \quad (4.10)$$

i ako je $(\theta_{km} + \varphi_{km}) \ll \pi/2$, onda se linearna aproksimacija može koristiti sljedećim izrazom

$$P_{km} = \frac{(\theta_{km} + \varphi_{km})}{x_{km}} \quad (4.11)$$



Slika 3.3 fazno izmjenični transformator (a) prikaz modela

(b) Theveninov model istosmjernog toka snage (c) Nortonov model istosmjernog toka snage

Primijetit ćemo da P_{km} ima dvije komponente, prvu ovisnu o kutu napona krajnje sabirnice, Θ_{km}/x_{km} , a druga ovisi isključivo o kutu fazno izmjeničnog transformatora, φ_{km}/x_{km} . Ako uzmemo u obzir da je φ_{km} konstanta, jednadžba 6.59. može biti prezentirati putem lineariziranog modela prikazanog na slici 3.3, gdje se konstantni dio aktivnog toka snage, φ_{km}/x_{km} prikazuje kao dodatno opterećenje na kraju sabirnice k i dodatno je generiran na kraju sabirnice m ako je $\varphi_{km} > 0$, ili obrnute ako je $\varphi_{km} < 0$.

6.2 Formulacija matrice istosmjernog toka snage

U ovom poglavlju, istosmjerni model razvijen u prethodnom odlomku je izražen formom $I = YE$. Sljedeći koncept istosmjernog modela, aktivni tok snage dani je ovim izrazom:

$$P_{km} = x_{km}^{-1} \Theta_{km} \quad (4.12)$$

gdje je x_{km} serijski reaktant grane (paralelni ekvivalent svim krugovima koji postoje u grani).

Aktivna snaga sabirnice k je dana s formulom:

$$P_k = \sum_{m \in \Omega_k} x_{km}^{-1} \Theta_{km} = (\sum_{m \in \Omega_k} x_{km}^{-1}) \Theta_k + \sum_{m \in \Omega_k} (x_{km}^{-1} \Theta_k) \quad (4.13)$$

za $k=1,2,\dots,N$, gdje je N broj sabirnica u mreži, što se može postaviti u oblik matrice po sljedećem:

$$P = B' \Theta \quad (4.14)$$

gdje je:

- Pvektorska veličina radne snage
- B' čvorna admitancija matrice sa sljedećim elementima

$$B'_{km} = -x_{km}^{-1}$$

$$B'_{kk} = \sum_{m \in \Omega_k} x_{km}^{-1}$$

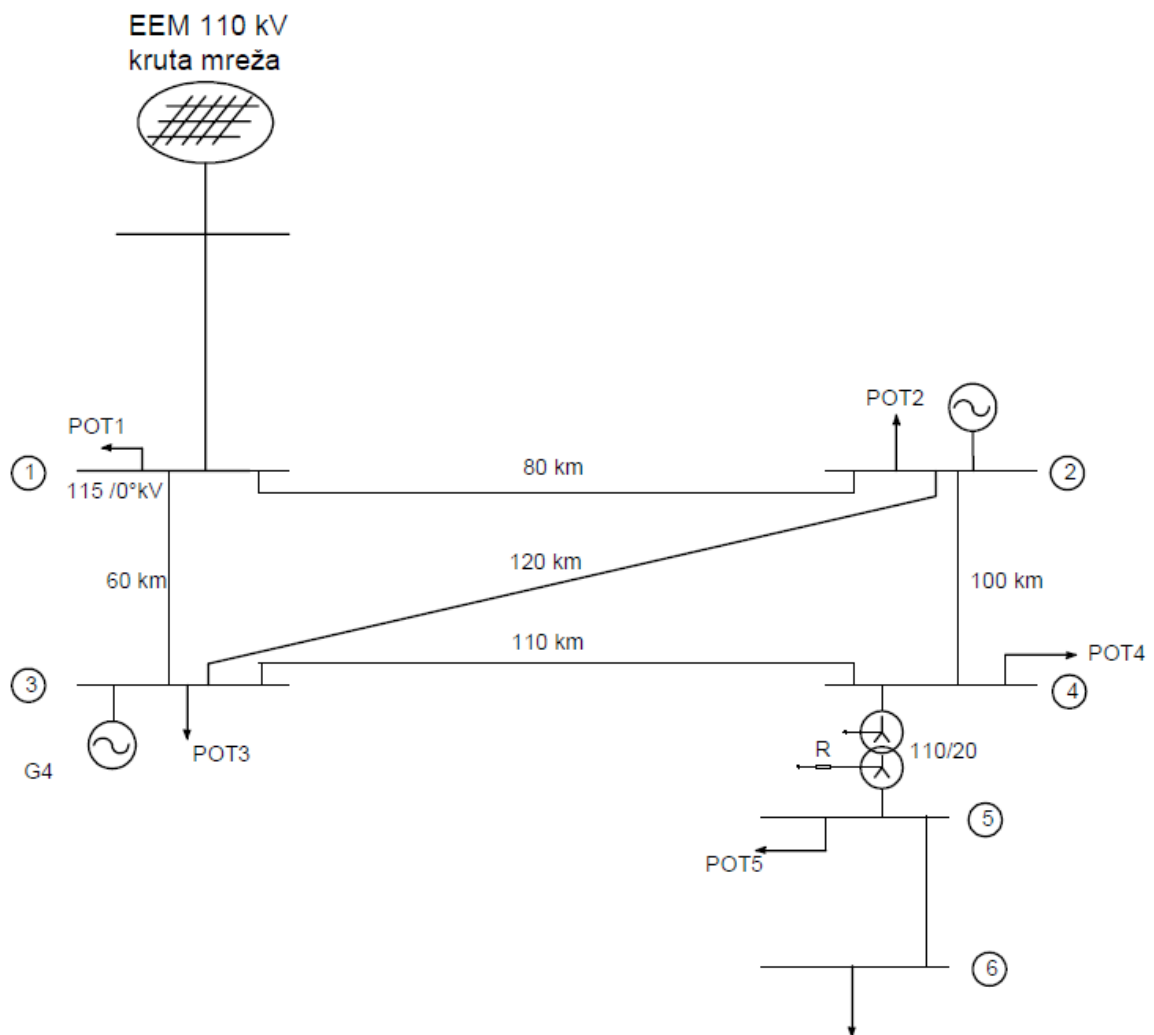
- θ je vektor od kuta napona θ_k

Matrica B' u jednadžbi 5.14 je singularna, tj. njezina je determinanta jednaka nuli. To implicira da sustav jednadžbi u sustavu 5.14 nema jedinstveno rješenje, te da su redovi matrice B linearno ovisni. Kako bi sustav učinili rješivim, jedna je jednadžba uklonjena, a sabirnica povezana sa spomenutim redom je izabrana za kutnu vrijednost; npr. $\theta_{ref} = 0$. S obzirom da u ovoj aproksimaciji mrežni gubici nisu uzimani kao značajni, zanemareni čvor nije potreban kako bi kompenzirao već unaprijed nepoznate gubitke. Bez sumnje, vrijednost kuta nam je potrebna.

U formiranju matrice B' , prema fazno i fazno izmjenjivačkim transformatorima odnosimo se jednako kao i sa dalekovodima. Fazni izmjenjivački transformatori također pridonose konstrukciji neovisnog vektora P koristeći se Nortonovim principom, što je prikazano slikom 3.3 ©.

7. PRORAČUN TOKOVA SNAGA JEDNE ZAMKASTE MREŽE GAUSS-SEIDELOVOM METODOM POMOĆU MATRICE IMPEDANCIJE ČVOROVA

U radu je analizirana jedna zamkasta mreža od šest čvorova, nazivnog napona 110kV i 20 kV, prema slici.



Slika 4.1 shema mreže

Podaci o mreži dani su u sljedećim tablicama:

Tablica 7.1. Podaci elektroenergetskih vodova:

VOD	R_1 [Ω /km]	X_1 [Ω /km]	$Y_1=jB_1$ [μ S/km]	l [km]
1-2	0,1500	j0,4060	j2,8000	80km
2-3	0,1600	j0,4200	j2,8000	120km
1-3	0,1800	j0,2000	j2,8000	60km
2-4	0,1300	j0,4250	j2,8100	100km
3-4	0,1900	j0,4250	j2,8100	110km
5-6	0,1400	j0,4300	j2,8000	25km

$S_{n3}=10000\text{MVA}$

$S_{n1}=7500\text{MVA}$

EEM kruta mreža iznosi 110kV

Tablica 7. 2. Podaci tereta, generatora i napona u čvorovima:

ČVOR	TERET		ELEKTRANA	
	P_T [MW]	Q_T [MVar]	P_G [MW]	Q_G [MVar]
1	25	5	-	-
2	20	10	25	5
3	40	20	50	20
4	25	10	-	-
5	10	5	-	-
6	15	5	-	-

Tablica 3.: Podaci energetske transformatora

ET č-č	$t=U_{n1}/U_{n2}$	S_n [MVA]	Grupa spoja	$U_k\%$	P_k/S_n	$l_0\%$	P_0/P_k	uz. zvj.
1-5	100/20	40	Ynyn0	11	0,02	2	0,3	R=40

Zadatak rješenje:

Admitancija vodova

$$S_B = 100 \text{ MVA}$$

$$U_L = 110 \text{ Kv}$$

$$Z_B = \frac{U_{B1}^2}{S_B} = \frac{(110 \text{ kV})^2}{100 \text{ MVA}} = 121 \Omega$$

Vod 1-2

$$R_1 = 0,15 \Omega/\text{km}$$

$$X_1 = j0,406 \Omega/\text{km}$$

$$Y_1 = j2,8 \mu\text{S}/\text{km}$$

$$l = 80 \text{ km}$$

Uzdužna admitancija

$$\vec{Z}_{V1-2} = (R_1 + jX_1) * l_{12} = (0,15 + j0,406) * 80 = 12 + j32,48 \Omega$$

$$\vec{Z}_{V12PU} = \frac{Z_{V1-2}}{Z_B} = \frac{12 + j32,48}{121} = 0,09917 + j0,2684$$

$$\vec{Y}_{V12} = \frac{1}{Z_{V12PU}} = 1,211059 - j3,277933$$

Poprečna admitancija

$$Y_{P12} = Y_1 * l = j2,8 * 10^{-6} * 80$$

$$Y_{P12} = j2,224 * 10^{-4} \text{ S}$$

$$\vec{Y}_{P12PU} = Y_{P12} * Z_B = j2,24 * 10^{-4} * 121$$

$$\vec{Y}_{P12PU} = j0,0271$$

Vod 2-3

$$R_1 = 0,16 \Omega/\text{km}$$

$$X_1 = j0,420 \Omega/\text{km}$$

$$Y_1 = j2,8 \mu\text{S}/\text{km}$$

$$l = 120 \text{ km}$$

Uzdužna admitancija

$$\vec{Z}_{V2-3} = (R_1 + jX_1) * l_{23} = (0,16 + j0,42) * 120 = 19,1999 + j50,39999 \Omega$$

$$\vec{Z}_{V23PU} = \frac{Z_{V2-3}}{Z_B} = \frac{19,1999 + j50,39999}{121} = 0,1586768 + j0,41653$$

$$\vec{Y}_{V23} = \frac{1}{Z_{V23PU}} = 0,798679 - j2,096535$$

Poprečna admitancija

$$Y_{P23} = Y_1 * l = j2,8 * 10^{-6} * 120$$

$$Y_{P23} = j3,36 * 10^{-4} S$$

$$\vec{Y}_{P23PU} = Y_{P23} * Z_B = j3,36 * 10^{-4} * 121$$

$$\vec{Y}_{P23PU} = j0,0407$$

Vod 1-3

$$R_1 = 0,18 \Omega / \text{km}$$

$$X_1 = j0,2 \Omega / \text{km}$$

$$Y_1 = j2,8 \mu S / \text{km}$$

$$l = 60 \text{ km}$$

Uzdužna admitancija

$$\vec{Z}_{V1-3} = (R_1 + jX_1) * l_{13} = (0,18 + j0,2) * 60 = 10,8 + j12 \Omega$$

$$\vec{Z}_{V13PU} = \frac{Z_{V1-3}}{Z_B} = \frac{10,8 + j12}{121} = 0,0893 + j0,0992$$

$$\vec{Y}_{V13} = \frac{1}{Z_{V13PU}} = 5,013812 - j5,70902$$

Poprečna admitancija

$$Y_{P13} = Y_1 * l = j2,8 * 10^{-6} * 60$$

$$Y_{P13} = j1,68 * 10^{-4}$$

$$\vec{Y}_{P13PU} = Y_{P13} * Z_B = j1,68 * 10^{-4} * 121$$

$$\vec{Y}_{P13PU} = j0,0203$$

Vod 2-4

$$R_1 = 0,13 \Omega / \text{km}$$

$$X_1 = j0,425 \Omega / \text{km}$$

$$Y_1 = j2,8 \mu S / \text{km}$$

$$l = 100 \text{ km}$$

Uzdužna admitancija

$$\vec{Z}_{V2-4} = (R_1 + jX_1) * l_{24} = (0,13 + j0,425) * 100 = 13 + j42,5\Omega$$

$$\vec{Z}_{V24PU} = \frac{Z_{V2-4}}{Z_B} = \frac{13+j42,52}{121} = 0,107 + j0,3514$$

$$\vec{Y}_{V24} = \frac{1}{Z_{V24PU}} = 0,79635489 - j2,603468$$

Poprečna admitancija

$$Y_{P24} = Y_1 * l = j2,8 * 10^{-6} * 100$$

$$Y_{P24} = j2,8 * 10^{-4} S$$

$$\vec{Y}_{P24PU} = Y_{P13} * Z_B = j2,8 * 10^{-4} * 121$$

$$\vec{Y}_{P24PU} = j0,0339$$

Vod 3-4

$$R_1=0,19\Omega/\text{km}$$

$$X_1=j0,0,42\Omega/\text{km}$$

$$Y_1=j2,8\mu\text{S}/\text{km}$$

$$l=110\text{km}$$

Uzdužna admitancija

$$\vec{Z}_{V3-4} = (R_1 + jX_1) * l_{34} = (0,19 + j0,42) * 110 = 20,89999 + j46,75\Omega$$

$$\vec{Z}_{V34PU} = \frac{Z_{V3-4}}{Z_B} = \frac{20,9+j46,2}{121} = 0,173 + j0,382$$

$$\vec{Y}_{V34} = \frac{1}{Z_{V34PU}} = 0,964356 - j2,157112 S$$

Poprečna admitancija

$$Y_{P34} = Y_1 * l = j2,8 * 10^{-6} * 110$$

$$Y_{P24} = j3,08 * 10^{-4} S$$

$$\vec{Y}_{P24PU} = Y_{P13} * Z_B = j3,08 * 10^{-4} * 121$$

$$\vec{Y}_{P24PU} = j0,0373$$

Aktivna mreža

$$U_n=110\text{Kv}$$

$$Z_B = \frac{U_{B1}^2}{S_B} = \frac{110^2}{100*10^6} = 121\Omega$$

$$X_{dAM} = c * \frac{U_N^2}{S_{K3}} = 1,1 * \frac{(110 * 10^3)^2}{10000\text{MVA}} = j1,331\Omega$$

$$\vec{Z}_{AM} = \frac{jX_{dAM}}{Z_B} = \frac{j1,331}{121} = j0,011\Omega$$

$$Y_{AMPU} = \frac{1}{Z_{AM}} = j - 90,91$$

Transformator 110/20

$$U_{BL} = 20kV$$

$$|Z_T| = \frac{U_L}{100} * \frac{U_{BL}^2}{S_{NT}} \qquad Z_{B2} = \frac{20^2}{100} = 4\Omega$$

$$|Z_T| = \frac{11}{100} * \frac{(20 * 10^3)^2}{40 * 10^6}$$

$$|Z_T| = 1,1\Omega$$

$$\frac{P_K}{S_N} = 0,02 \Rightarrow P_K = 0,02 * S_N$$

$$P_K = 800kV$$

$$R_T = P_K * \frac{U_{B2}^2}{S_{NT}^2} = 800 * 10^3 * \frac{(20 * 10^3)^2}{(40 * 10^6)^2} = 0,2\Omega$$

$$X_T = \sqrt{|Z_T|^2 - R_T^2} = \sqrt{1,1^2 - 0,2^2} = j1,08\Omega665$$

$$Z_T = R_T + jX_T \Rightarrow Z_T^2 = R_T^2 + X_T^2$$

$$\vec{Z}_T = 0,2 + j1,081665\Omega$$

$$\vec{Z}_{TPU} = \frac{Z_T}{Z_{B2}} = 0,05 + j0,27$$

$$Y_{TPU} = \frac{1}{Z_{TPU}} = 0,6631 - j3,581$$

Poprečna grana transformatora

$$|Y_T| = G_O - jB_0$$

$$Y_{PT} = -j \frac{i_0 \%}{100} * \frac{S_{NT}}{U_B^2} = -j \frac{2}{100} * \frac{40}{20^2} = -j2 * 10^{-3} S$$

$$\vec{Y}_{PTPU} = Y_{PT} * Z_{B2}$$

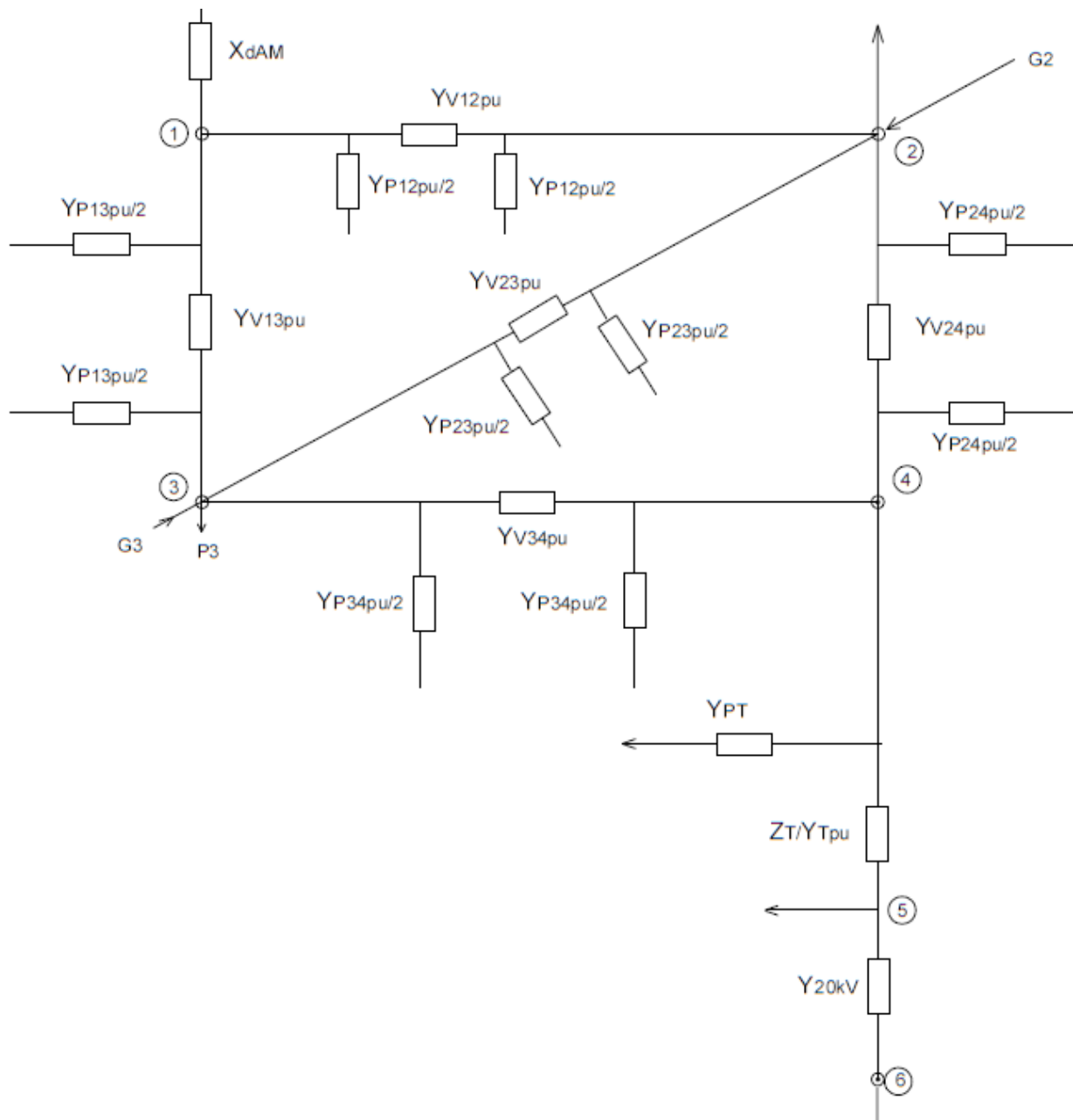
$$\vec{Y}_{PTPU} = -j8 * 10^{-3}$$

20 kV vod

$$Z_{20kV} = R + jX = (0,14 + j0,43) * 25 = 3,5 + j10,75\Omega$$

$$\vec{Z}_{20kVpu} = \frac{Z_{20kV}}{Z_{B2}} = 0,874 + j2,68$$

NADOMJESNI MODEL MREŽE:



Slika 4.2 nadomjesni model mreže

$Y_{\check{c}}$ –matrica

Matrica $[Y_{\check{c}}]$ ima dimenziju $(n-1) \cdot (n-1)$.

Izračun:

$$\vec{Y}_{22} = Y_{V12PU} + Y_{V23PU} + Y_{V24PU} = 1,211059 - j3,277933 + 0,798679 - j2,096535 + 0,79635489 - j2,603468$$

$$\vec{Y}_{22} = 2,806094 - j7,977936$$

$$\vec{Y}_{33} = Y_{V13PU} + Y_{V34PU} + Y_{V23PU} = 5,013812 - j5,70902 + 0,964356 - j2,157112 + 0,798679 -$$

$$j2,096535$$

$$\vec{Y}_{33} = 6,7768478 - j9,824549$$

$$\vec{Y}_{44} = Y_{V34PU} + Y_{V24PU} + Y_{tpu} = 0,964356 - j2,157112 + 0,79635489 - j2,603468 + 0,6631 -$$

$$j3,581$$

$$\vec{Y}_{44} = 2,4318677 - j8,3363328$$

$$\vec{Y}_{55} = Y_{tpu} + Y_{20kVPU} = 0,6631 - j3,581 + 0,1099 - j0,337$$

$$\vec{Y}_{55} = 0,7706925 - j3,9121836$$

$$\vec{Y}_{66} = Y_{20kVPU} = 0,1099 - j0,337$$

$$Y_{23} = Y_{32} = -Y_{V23PU} = -0,798679 + j2,096535$$

$$Y_{24} = Y_{42} = -Y_{V24PU} = -0,79635489 + j2,603468$$

$$Y_{34} = Y_{43} = -Y_{V34PU} = -0,964356 + j2,157112$$

$$Y_{45} = Y_{54} = -Y_{V45PU} = -0,6631 + j3,5810$$

$$Y_{56} = Y_{65} = -Y_{V65PU} = -0,1099 + j0,3370$$

$$[Y_{\check{C}}] = \begin{bmatrix} Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & Y_{25} & Y_{26} \\ Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} & Y_{35} & Y_{36} \\ Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} & Y_{45} & Y_{46} \\ Y_{52} & Y_{53} & Y_{54} & Y_{55} & Y_{56} \\ Y_{62} & Y_{63} & Y_{64} & Y_{65} & Y_{66} \end{bmatrix}$$

$$Y_{\check{C}} = \begin{bmatrix} 2,806094-j7,977936 & -0,798679 + j2,096535 & -0,796354 + j2,603468 & 0 & 0 \\ -0,798679 + j2,096535 & 6,7768478 - j9,824549 & -0,964356 + j2,157112 & 0 & 0 \\ 0,796354 + j2,603468 & -0,964356 + j2,157112 & 2,4318677 - j8,336332 & -0,6631 + j3,581 & 0 \\ 0 & 0 & -0,6631 + j3,581 & 0,7706925 - j3,9121 & -0,1099 + 0,337 \\ 0 & 0 & 0 & -0,1099 + j0,3337 & 0,1099 - j0,337 \end{bmatrix}$$

$Y_{\check{C}}$ matrica (popunjena)

$Z_{\check{C}}$ -matrica

$Z_{\check{C}} = \text{inv } Y_{\check{C}} (a)$

$$Z_{\check{C}} = \begin{bmatrix} 0,06668 + j0,1554 & 0,0335 + j0,0434 & 0,0549 + j0,102 & 0,0549 + j0,102 & 0,0549 + j0,102 \\ 0,0335 + j0,0434 & 0,0673 + j0,0862 & 0,0479 + 0,0645 & 0,0478 + j0,0644 & 0,0478 + j0,0644 \\ 0,0549 + j0,102 & 0,0478 + j0,0644 & 0,1212 + j0,2682 & 0,1212 + j0,2682 & 0,1212 + j0,2682 \\ 0,0549 + j0,102 & 0,0478 + j0,0644 & 0,1212 + j0,268 & 0,1712 + j0,5382 & 0,1712 + j0,5382 \\ 0,0549 + j0,102 & 0,0478 + j0,0641 & 0,1212 + j0,2682 & 0,1712 + j0,5382 & 1,0459 + j3,2203 \end{bmatrix}$$

Iznos poprečnih grana

$$Y_{02} = \frac{Y_{P12}}{2} + \frac{Y_{P23}}{2} + \frac{Y_{P24}}{2} = \frac{j0,0271}{2} + \frac{j0,0407}{2} + \frac{j0,0339}{2}$$

$$Y_{02} = j0,05088$$

$$Y_{03} = \frac{Y_{P13}}{2} + \frac{Y_{P34}}{2} + \frac{Y_{P23}}{2} = \frac{j0,0203}{2} + \frac{j0,0373}{2} + \frac{j0,0407}{2}$$

$$Y_{03} = j0,04919255$$

$$Y_{04} = Y_P + \frac{Y_{P24}}{2} + \frac{Y_{P34}}{2} = j - 8 * 10^{-3} + \frac{j0,0339}{2} + \frac{j0,0373}{2}$$

$$Y_{04} = j0,02807$$

$$Y_{05} = 0$$

$$Y_{06} = 0$$

$$\vec{U}_1 = \frac{115}{110} \angle 0 = 1,045V$$

$$U_2^{(0)} = U_3^{(0)} = U_4^{(0)} = U_5^{(0)} = U_6^{(0)} = 1 \angle 0V$$

Izračunavanje struja poprečnih grana

$$\vec{I} = \frac{P_j - jQ_2}{U_j} - \vec{Y}_{0i} * \vec{U}_i P = P_G - P_T$$

$$Q = Q_G - Q_T$$

$$\vec{I}_2^{(0)} = \frac{P_2 - jQ_2}{U_2^{(0)}} - \vec{Y}_{02} * \vec{U}_2^{(0)} = \frac{25-20}{100} - j \frac{(5-10)}{100} - j0,05085 * 1 \angle 0^\circ$$

$$\vec{I}_2^{(0)} = 0,05 - j0,0008805 A \Rightarrow 0,05 \angle - 1,008874^\circ A$$

$$\vec{I}_3^{(0)} = \frac{P_3 - jQ_3}{U_3^{(0)}} - \vec{Y}_{03} * \vec{U}_3^{(0)} = \frac{50-40}{100} - j \frac{(20-20)}{100} - j0,04915 * 1 \angle 0^\circ$$

$$\vec{I}_3^{(0)} = 0,1 - j0,04919255A \Rightarrow 0,11144464 \angle - 26,193749^\circ A$$

$$\vec{I}_4^{(0)} = \frac{P_4 - jQ_4}{U_4^{(0)}} - \vec{Y}_{04} * \vec{U}_4^{(0)} = \frac{0-25}{100} - j \frac{(0-10)}{100} - j0,0276 * 1 \angle 0^\circ$$

$$\vec{I}_4^{(0)} = -0,25 + j0,07193046A \Rightarrow 0,26014225 \angle - 163,948^\circ A$$

$$\vec{I}_5^{(0)} = \frac{P_5 - jQ_5}{U_5^{(0)}} - \vec{Y}_{05} * \vec{U}_5^{(0)} = \frac{\frac{0-10}{100} - j \frac{(0-15)}{100}}{1 \angle 0^\circ} - 0 * 1 \angle 0$$

$$\vec{I}_5^{(0)} = -0,1 + j0,05A \Rightarrow 0,1118034 \angle 153,4349^\circ A$$

$$\vec{I}_6^{(0)} = \frac{P_6 - jQ_6}{U_6^{(0)}} - \vec{Y}_{06} * \vec{U}_6^{(0)} = \frac{\frac{0-15}{100} - j \frac{(0-5)}{100}}{1 \angle 0^\circ} - 0 * 1 \angle 0$$

$$\vec{I}_6^{(0)} = -0,15 + j0,05A \Rightarrow 0,158 \angle -161,57^\circ$$

$$U_i^{(1)} = U_1 + \sum ZI^{(1)} + \sum ZI^{(0)}$$

Prva iteracija

$$\vec{U}_2^{(1)} = U_1 + Z_{22}I_2^{(0)} + Z_{23} * I_3^{(0)} + Z_{24}I_4^{(0)} + Z_{25}I_5^{(0)} + Z_{26}I_6^{(0)}$$

$$\begin{aligned} \vec{U}_2^{(1)} &= 1,045 + (0,0668 + j0,1554) * (0,05 - j0,0008805) + (0,0335 + j0,0434) * \\ &(0,1 - j0,04919255) + (0,0549 + j0,1020) * (-0,25 + j0,07193046) \\ &\quad + (0,0549 + j0,1020) * \\ &(-0,1 + j0,05) + (0,0549 + j0,1020) * (-0,15 + j0,05) = \end{aligned}$$

$$\vec{U}_2^{(1)} = 1,00942112295 - j0,0313607 V \Rightarrow 1,009908116 \angle -1,779493^\circ$$

$$\begin{aligned} \vec{I}_2^{(1)} &= \frac{P_2 - jQ_2}{U_2^{(1)}} - \vec{Y}_{02} * \vec{U}_2^{(1)} \\ &= \frac{\frac{25-20}{100} - j \frac{(5-10)}{100}}{1,00942112295 - j0,0313607} - j0,05085 * (1,00942112295 - j0,0313607) \end{aligned}$$

$$\vec{I}_2^{(1)} = 0,04635250576 - j0,00033685583 A \Rightarrow 0,0463537 \angle -0,416376^\circ$$

$$\vec{U}_3^{(1)} = U_1 + Z_{32}I_2^{(1)} + Z_{33} * I_3^{(0)} + Z_{34}I_4^{(0)} + Z_{35}I_5^{(0)} + Z_{36}I_6^{(0)}$$

$$\begin{aligned} \vec{U}_3^{(1)} &= 1,045 + (0,0335 + j0,0434) * (0,04635250576 - j0,00033685583) \\ &\quad + (0,0673 + j0,0862) * (0,1 - j0,04919255) + (0,0479 + j0,0645) \\ &\quad * (-0,25 + j0,07193046) + (0,0479 + j0,0645)(-0,1 + j0,05) \\ &\quad + (0,0479 + j0,0645) * (-0,15 + j0,05) = \end{aligned}$$

$$\vec{U}_3^{(1)} = 1,0230018 - j0,000336856 V \Rightarrow 1,0230018555 \angle -0,018866463^\circ$$

$$\vec{I}_3^{(1)} = \frac{P_3 - jQ_3}{U_3^{(1)}} - \vec{Y}_{03} * \vec{U}_3^{(1)} =$$

$$= \frac{\frac{50-40}{100} - j \frac{(20-20)}{100}}{1,0230018 - j0,000336856} - j0,04915 * (1,0230018 - j0,000336856)$$

$$I_3^{(1)} = 0,9489653 + j0,048617A \Rightarrow 0,95022098 \angle 2,932898^\circ$$

$$\vec{U}_4^{(1)} = U_1 + Z_{42}I_2^{(1)} + Z_{43} * I_3^{(1)} + Z_{44}I_4^{(0)} + Z_{45}I_5^{(0)} + Z_{46}I_6^{(0)}$$

$$\begin{aligned} \vec{U}_4^{(1)} &= 1,045 + (0,0549 + j0,1020) * (0,04635250576 - j0,00033685583) \\ &\quad + (0,0478 + j0,0644) * (0,9489653 + j0,048617) + (0,1212 + j0,2682) \\ &\quad * (-0,25 + j0,07193046) + (0,1212 + j0,2682) * (-0,1 + j0,05) \\ &\quad + (0,1212 + j0,2682) * (-0,15 + j0,05) = \end{aligned}$$

$$\vec{U}_4^{(1)} = 0,948965301239 - j0,10518026 V \Rightarrow 0,954776429 \angle -6,24665047^\circ$$

$$\vec{I}_4^{(1)} = \frac{P_4 - jQ_4}{U_4^{(1)}} - \vec{Y}_{04} * \vec{U}_4^{(1)} =$$

$$= \frac{\frac{0-25}{100} - j \frac{(0-10)}{100}}{0,948965301239 - 0,10518026} - j0,0276 * (0,948965301239 - 0,10518026)$$

$$I_4^{(1)} = -0,2747381 + 0,048617056383 A \Rightarrow 0,279006526 \angle 169,96495^\circ$$

$$\vec{U}_5^{(1)} = U_1 + Z_{52}I_2^{(1)} + Z_{53} * I_3^{(1)} + Z_{54}I_4^{(1)} + Z_{55}I_5^{(0)} + Z_{56}I_6^{(0)}$$

$$\begin{aligned} \vec{U}_5^{(1)} &= 1,045 + (0,0549 + j0,1020) * (0,04635250576 - j0,00033685583) \\ &\quad + (0,0478 + j0,0644) * (0,9489653 + j0,048617) + (0,1212 + j0,2682) \\ &\quad * (-0,2747381 + j0,048617056383) + (0,1712 + j0,5382) \\ &\quad * (-0,1 + j0,05) + (0,1712 + j0,5382) * (-0,15 + j0,05) = \end{aligned}$$

$$\vec{U}_5^{(1)} = 0.9127051645 - j0.1772678944 V \Rightarrow 0,92976052 \angle - 10,991288^\circ$$

$$\vec{I}_5^{(1)} = \frac{P_5 - jQ_5}{U_5^{(1)}} - \vec{Y}_{05} * \vec{U}_5^{(1)} =$$

$$= \frac{\frac{0-10}{100} - j \frac{(0-5)}{100}}{0.9127051645 - j0.1772678944} - 0 * (0.9127051645 - j0.1772678944)$$

$$\vec{I}_5^{(1)} = -0.115834780 + j0.03228448 A \Rightarrow 0,120329029 \angle 164,444^\circ$$

$$\vec{U}_6^{(1)} = U_1 + Z_{62}I_2^{(1)} + Z_{63} * I_3^{(1)} + Z_{64}I_4^{(1)} + Z_{65}I_5^{(1)} + Z_{66}I_6^{(0)}$$

$$\begin{aligned} \vec{U}_6^{(1)} &= 1,045 + (0,0549 + j0,1020) * (0,04635250576 - j0,00033685583) \\ &\quad + (0,0478 + j0,0644) * (0,9489653 + j0,048617) + (0,1212 + j0,2682) \\ &\quad * (-0,2747381 + j0,048617056383) + (0,1712 + j0,5382) \\ &\quad * (-0,11065 + j0,03087) + (1,0459 + j3,2203) * (-0,15 + j0,05) = \end{aligned}$$

$$\vec{U}_6^{(1)} = 0.6539313794 - j0.54821919902V \Rightarrow 0,853329 \angle - 39,97457^\circ V$$

$$\vec{I}_6^{(1)} = \frac{P_6 - jQ_6}{U_6^{(1)}} - \vec{Y}_{06} * \vec{U}_6^{(1)} =$$

$$= \frac{\frac{0-15}{100} - j \frac{(0-5)}{100}}{0.6539313794 - j0.54821919902} - 0 * (0.6539313794 - j0.54821919902)$$

$$\overrightarrow{I_6^{(1)}} = -0.1723506515 - j0.0680284469A \Rightarrow 0,1852906276\angle - 158,46^\circ$$

RAZLIKA

$$\Delta X_2^1 = |U_2^1| - |U_2^0| \Rightarrow 1,009908116\angle - 1,779493^\circ - 1\angle 0 = 0,009908116$$

$$\Delta X_3^1 = |U_3^1| - |U_3^0| \Rightarrow 1,0230018555\angle - 0,018866463^\circ - 1\angle 0^\circ = 0,023001885$$

$$\Delta X_4^1 = |U_4^1| - |U_4^0| \Rightarrow 0,954776429\angle - 6,24665047^\circ - 1\angle 0^\circ = 0,045223571$$

$$\Delta X_5^1 = |U_5^1| - |U_5^0| \Rightarrow 0,92976052\angle - 10,991288^\circ - 1\angle 0^\circ = 0,07023948$$

$$\Delta X_6^1 = |U_6^1| - |U_6^0| \Rightarrow 0,853329\angle - 39,97457^\circ - 1\angle 0 = 0,146671$$

NAPONI PO ITERACIJAMA

	U1	U2	U3	U4	U5	U6
0. iteracija	115/110	1∠0	1∠0	1∠0	1∠0	1∠0
1. iteracija		1,009908116∠ - 1,779493°	1,0230018555∠ - 0,018866463°	0,954776429∠ - 6,24665047°	0,92976052∠ - 10,991288°	0,853329∠ - 39,97457°
DU ¹		0,009908116	0,023001885	0,045223571	0,07023948	0,146671
2. iteracija		1,022891908∠ - 2,64281855°	1,030316146∠ - 1,59108962°	0,9941466396∠ - 8,193506°	1,008034846∠ - 12,6579169°	1,260244095∠ - 35,96664349°
DU ²		0,012983	0,007314	0,03937	0,07827	0,406944
3. iteracija		1,024957664∠ - 2,231420°	1,0325799∠ - 1,31443147°	0,99662798∠ - 7,0192077°	0,996606∠ - 10,55196°	1,112196∠ - 28,83499°
DU ³		0,0020657	0,0022637	0,0024813	0,011428	0,14804
4. iteracija		1,021967082∠ - 2,271606°	1,03039324∠ - 1,3248492°	0,98898841∠ - 7,1988656°	0,98585488∠ - 11,186854°	1,0881182∠ - 2,864352°
DU ⁴		0,0027925	0,0021866	0,0076395	0,01075112	0,0240778
5. iteracija		1,02880082∠ - 2,329285°	1,030924308∠ - 1,705613°	0,991816935∠ - 7,334306°	0,9736104∠ - 1,74544°	1,123850098∠ - 32,51614993°
DU ⁵		0,0068738	0,00053107	0,00282852	0,01224448	0,0357389
6. iteracija		1,023077656∠ - 2,297131°	1,03112544∠ - 1,3492907°	0,992104788∠ - 7,24212948°	0,99175264∠ - 11,120903	1,113476243∠ - 31,8818°
DU ⁶		0,00572316	0,00020114	0,0002878	0,0181422	0,0113738
7. iteracija		1,0228164∠ - 2,2996258°	1,0309367∠ - 1,34947°	0,99143348∠ - 7,25074°	0,99075807∠ - 11,182388°	1,110917∠ - 32,21833°
DU ⁷		0,00026125	0,00018854	0,0006713	0,00099453	0,0025592
8. iteracija		1,02288859∠ - 2,047409°	1,0309777∠ - 1,35347°	0,9916609∠ - 7,267302°	0,9913027∠ - 11,19398°	1,11139744∠ - 32,19822°
DU ⁸		0,00007219	0,000041	0,00022742	0,00054463	0,00048044

PRIKAZ STRUJA PO ITERACIJAMA

	I1	I2	I3	I4	I5	I6
0. iteracija		0,05- j0,0008805 A	0,1- j0,04919255A	- 0,25+j0,0719A	-0,1+j0,05A	-0,15+j0,05A
1. iteracija		0,0463525057 6-j0,00033685 A	0,9489653+j0, 04861A	- 0,2747381+0, 04861705638	- 0,115834780+ j0,0322844A	- 0,1723506515 - j0,0680284A
2. iteracija		0,04417529 - j0,000906953 A	0,095612664 - j0,047969041 A	- 0,2672175793 + j0,03610265 A	-0,10766101+j 0,02665763 A	-0,11963520- j0,03779360 A
3.iteracija		0,0448156109 -j0,0014659 A	0,0956541 - j0,0485603403 A	- 0,264645959+ j0,04116722 A	- 0,107831235+ j0,030946759 A	-0,139823703 - j0,025668542 A
4. iteracija		0,044886542- j0,00113129 A	0,095852436 - j0,04843022A	-0,26694052+ j0,04109752 A	-0,10934716+ j0,03007435 A	-0,14072574 - j0,03620921 A
5.iteracija		0,0447392928 -j0,0011737 A	0,095759587- j0,04837918A	- 0,26642548+j 0,040210126 A	- 0,1086855923 +j0,02965520 374 A	- 0,1364620251 - j0,034229297 A
6. iteracija		0,044787546- j0,0012211181 A	0,095760109- j0,0484259661 A	- 0,26619+j0,04 A	-0,108668271 +j0,0299994 A	-0,138107441- j 0,0330212 A
7. iteracija		0,0447955729 - j0,0011927 A	0,095777904- j0,04841596 A	-0,26639359+ j0,04060575A	-0,108803679 + j0,029934 A	-0,138228806- j 0,03390975 A
8. iteracija		0,04478294 - j0,0011956146 A	0,095770304 - j0,0484112076 A	-0,26635444+ j0,04052841A	-0,108749950 +j0,0298958 A	-0,137861286- j0,03376831A

SNAGE PO ČVOROVIMA

$$\begin{aligned}\vec{S}_{1-2PU} &= (\vec{U}_1^* - \vec{U}_2^*) * \vec{Y}_{V12}^* + |\vec{U}_1|^2 * (\vec{Y}_{P12})^* = \\ &= 0.170432255 + j 0.013333123\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{S}_{2-1PU} &= (\vec{U}_2^* - \vec{U}_1^*) * \vec{Y}_{V12}^* + |\vec{U}_2|^2 * (\vec{Y}_{P12})^* = \\ &= -0.16772471918 - j0.0349961315\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}S_{1-2} &= \vec{S}_{1-2PU} * S_B = \\ &= 17095299.27\angle - 4,4732 VA\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}S_{2-1} &= \vec{S}_{2-1PU} * S_B = \\ &= 17133683,39\angle - 168,2142 VA\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{S}_{1-3PU} &= (\vec{U}_1^* - \vec{U}_3^*) * \vec{Y}_{V13}^* + |\vec{U}_1|^2 * (\vec{Y}_{P13})^* = \\ &= 0.219015833112094 - j0.052622037\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{S}_{3-1PU} &= (\vec{U}_3^* - \vec{U}_1^*) * \vec{Y}_{V13}^* + |\vec{U}_3|^2 * (\vec{Y}_{P13})^* = \\ &= -0,2149578 + j0,0352183516\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}S_{1-3} &= \vec{S}_{1-3PU} * S_B = \\ &= 22524878\angle - 13,51013 VA\end{aligned}$$

$$\mathbf{S}_{3-1} = \vec{\mathbf{S}}_{3-1PU} * \mathbf{S}_B =$$

$$21782290,83 \angle 170,695 \text{ VA}$$

$$\vec{\mathbf{S}}_{2-3PU} = (\vec{U}_2^* - \vec{U}_3^*) * \vec{Y}_{V23}^* + |\vec{U}_2|^2 * (\vec{Y}_{P23})^* =$$

$$= -0.0431747121 - j 0.0243515676$$

$$\vec{\mathbf{S}}_{3-2PU} = (\vec{U}_3^* - \vec{U}_2^*) * \vec{Y}_{V23}^* + |\vec{U}_3|^2 * (\vec{Y}_{P23})^* =$$

$$= 0.043458849 - j 0.0177787489$$

$$\mathbf{S}_{2-3} = \vec{\mathbf{S}}_{2-3PU} * \mathbf{S}_B =$$

$$= 4956868,204 \angle -150,575 \text{ VA}$$

$$\mathbf{S}_{3-2} = \vec{\mathbf{S}}_{3-2PU} * \mathbf{S}_B =$$

$$= 4695475,98 \angle -22,24 \text{ VA}$$

$$\vec{\mathbf{S}}_{2-4PU} = (\vec{U}_2^* - \vec{U}_4^*) * \vec{Y}_{V24}^* + |\vec{U}_2|^2 * (\vec{Y}_{P24})^* =$$

$$= 0.2567225299 + j 0.005498691$$

$$\vec{\mathbf{S}}_{4-2PU} = (\vec{U}_4^* - \vec{U}_2^*) * \vec{Y}_{V24}^* + |\vec{U}_4|^2 * (\vec{Y}_{P24})^* =$$

$$= -0.249899301 - j 0.017696858$$

$$\mathbf{S}_{2-4} = \vec{\mathbf{S}}_{2-4PU} * \mathbf{S}_B =$$

$$= 25678139,61 \angle -1,226865 \text{ VA}$$

$$\mathbf{S}_{4-2} = \vec{\mathbf{S}}_{4-2PU} * \mathbf{S}_B =$$

$$= 25678139,47 \angle 178,773 \text{ VA}$$

$$\vec{\mathbf{S}}_{3-4PU} = (\vec{\mathbf{U}}_3^* - \vec{\mathbf{U}}_4^*) * \vec{\mathbf{Y}}_{V34}^* + |\vec{\mathbf{U}}_3|^2 * (\vec{\mathbf{Y}}_{P34})^* =$$

$$= 0.271386158 - j0.022156231$$

$$\vec{\mathbf{S}}_{4-3PU} = (\vec{\mathbf{U}}_4^* - \vec{\mathbf{U}}_3^*) * \vec{\mathbf{Y}}_{V34}^* + |\vec{\mathbf{U}}_4|^2 * (\vec{\mathbf{Y}}_{P34})^* =$$

$$= -0.259416941510409 + j0.0106632150$$

$$\mathbf{S}_{3-4} = \vec{\mathbf{S}}_{3-4PU} * \mathbf{S}_B =$$

$$= 27228908,41 \angle -4,66733 \text{ VA}$$

$$\mathbf{S}_{4-3} = \vec{\mathbf{S}}_{4-3PU} * \mathbf{S}_B =$$

$$= 25963600,21 \angle 177,646 \text{ VA}$$

$$\vec{\mathbf{S}}_{5-6PU} = (\vec{\mathbf{U}}_5^* - \vec{\mathbf{U}}_6^*) * \vec{\mathbf{Y}}_{V56}^* + |\vec{\mathbf{U}}_5|^2 * (\vec{\mathbf{Y}}_{P56})^* =$$

$$= 0.127710251 - j0.0592553372 \text{ VA}$$

$$\vec{\mathbf{S}}_{6-5PU} = (\vec{\mathbf{U}}_6^* - \vec{\mathbf{U}}_5^*) * \vec{\mathbf{Y}}_{V65}^* + |\vec{\mathbf{U}}_6|^2 * (\vec{\mathbf{Y}}_{P65})^* =$$

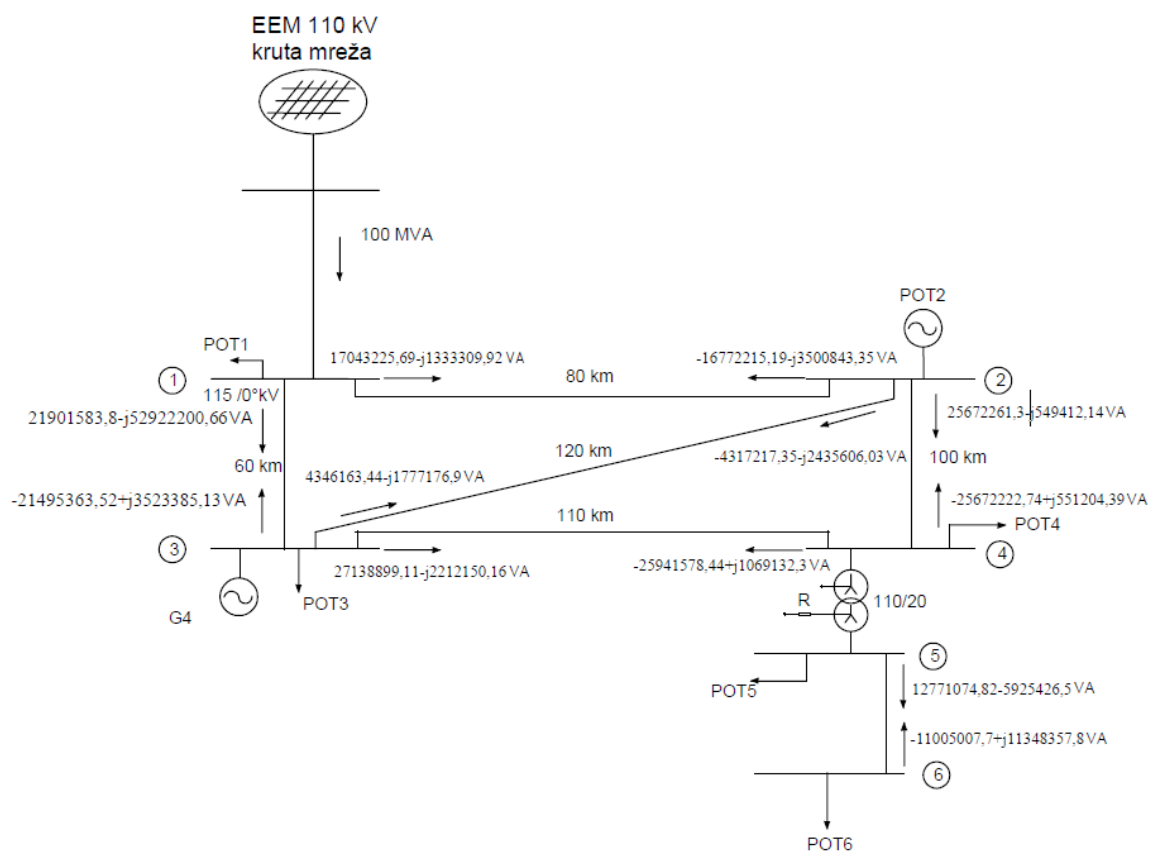
$$= -0.110056603 + j0.1134772537$$

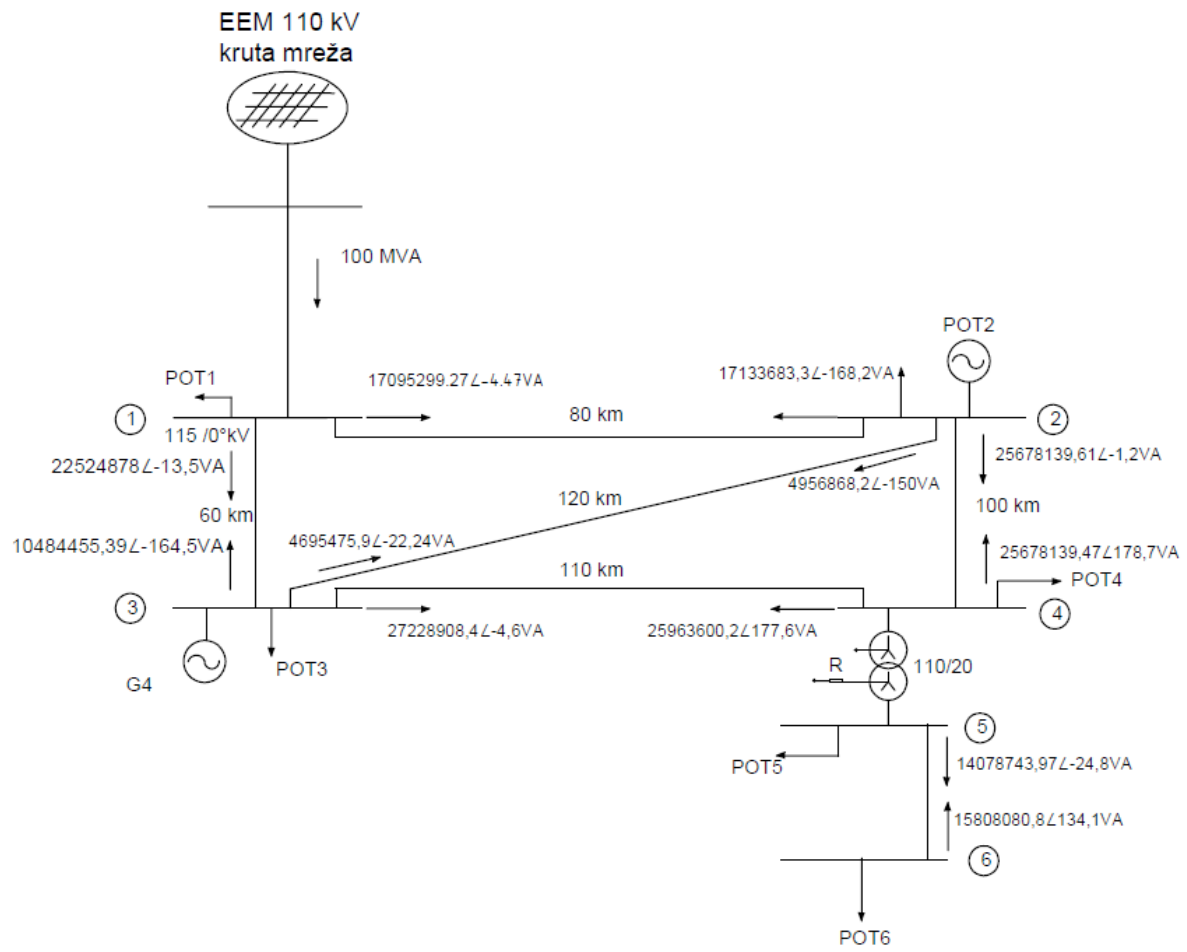
$$S_{5-6} = \vec{S}_{5-6PU} * S_B =$$

$$= 14078743,97 \angle -24,89 \text{ VA}$$

$$S_{6-5} = \vec{S}_{6-5PU} * S_B =$$

$$= 15808080,89 \angle 134,123 \text{ VA}$$





8. ZAKLJUČAK:

U završnom radu opisala se detaljno problematika tokova snaga u distribucijskim i prijenosnim mrežama. To je načinjeno tako da je detaljno opisano više metoda proračuna tokova snaga. U odlomku koji je opisivao Gauss-Seidelovu iteraciju možemo dobiti informacije na koji način postići cilj korištenjem ove vrlo točne metode koja ima veliku manu, a to je uzima veoma puno vremena, te u većini slučajeva uzimamo neku od drugih metoda koje su u nastavku opisane. U Newton-Raphsonovoj metodi, kao i u Gauss-Seidelovoj metodi po koracima je objašnjen put do konačnih rezultata snaga i napona, te njegovih kuteva. U nastavku sam u sažetom obliku opisao kako se Newton-Raphsonova metoda može primijeniti u rješavanju problematike toka snage. U završnom radu je isto tako opisana i metoda koja je puno brža od spomenute dvije metode iznad, te se češće koristi zbog čestog nedostatka vremena za dobivati detaljne i uvelike točne rezultate računanja.

U drugom djelu završnog rada analizirala se jednu zamkastu mrežu sa šest čvorova Gauss-Seidelovom metodom pomoću $Z_{\check{c}}$ matrice.

Kako je analizirana mreža imala mali broj čvorova, zadovoljavajuća točnost 10^{-4} postignuta je u 8 iteracija. U slučaju većeg broja čvorova, morala bi se koristiti NR metoda. Također, u mreži su korištene bilančna sabirnica te samo sabirnice snage, bez sabirnica s kontrolom napona, te se može zaključiti da je i za ovakvu vrstu zamkastih mreža Gauss-Seidel pomoću $Z_{\check{c}}$ dobra metoda.

9. POPIS LITERATURE:

[1] Ožegović M.; Ožegović K.; „Električne energetske mreže II“, FESB Split; OPAL COMPUTING d.o.o. Split, Split 1999.

[2] Ožegović M.; Ožegović K.; „Električne energetske mreže III“, FESB Split; OPAL COMPUTING d.o.o. Split, Split 1999.

[3] Ožegović M.; Ožegović K.; „Električne energetske mreže IV“, FESB Split; OPAL COMPUTING d.o.o. Split, Split 1999.

[4] Andersson G. ; „Modelling and Analysis of Electric Power Systems“ ; Zürich 2008

[5] Gan L.; Li N.; Topcu U: „Optimal Power Flow in Distribution Networks“
http://scholar.harvard.edu/files/nali/files/opf_cdc2013.pdf

[6] Pavić I. ;“ Trofazni proračun tokova snaga“ Zagreb 2011.

[7] Gomez-Exposito A.; Conejo A.; Canizares C.:“Electric energy systems“ ;Taylor & Frances Group 2009

[8] Sadasivam G.; Abdullah Khan M.;: „A fast method for optimal reactive power flow solution“ Anna University 2003

10.SAŽETAK:

Ovaj završni rad detaljno opisuje proračune tokova snaga u distribucijskim i prijenosnim mrežama. Objasnjene su Gauss-Seidelova metoda, Newton-Raphsonova metoda te približna metoda u sklopu problema toka snage. U drugom djelu rada je primjer zamkaste mreže sa šest čvorova koji je riješen Gauss-Seidelovom metodom pomoću $Z_{\check{c}}$ matrice.

ABSTRACT:

The final work precisely describes computations of power flows in distibutional as well as transfer nets. Gauss – Seidel, Newton – Raphson and approximation method are explained in the view of the power flow problem. In the second part of the paper, there is a example of interconnected network with six nods that is solved using the Gauss – Seidel method with $Z_{\check{c}}$ matrix.

KLJUČNE RIJEČI:

iterativna metoda

proračun tokova snaga

Gauss-Seidelova metoda pomoću $Z_{\check{c}}$ matrice

zamkasta mreža

KEYWORDS

iterative method

power flow computation

Gauss – Seidel method using $Z\check{C}$ matrix model

interconnected network