

SVEUČILIŠTE U RIJECI
TEHNIČKI FAKULTET
Preddiplomski stručni studij elektrotehnike

Završni rad

NADOMJESNI MODELI VODOVA

Rijeka, rujan 2015.

Goran Šaina
0069056140

SVEUČILIŠTE U RIJECI
TEHNIČKI FAKULTET
Preddiplomski stručni studij elektrotehnike

Završni rad

NADOMJESNI MODELI VODOVA

Mentor: mr. sc. Marijana Živić Đurović, v. pred.

Rijeka, rujan 2015.

Goran Šaina
0069056140

TEHNIČKI FAKULET

Povjerenstvo za završne ispite
preddiplomskog stručnog studija elektrotehnike
Br.: 602-04/15-14/02
Rijeka, 06.03.2015.

Z A D A T A K
za završni rad

Pristupnik: Goran Šaina

Matični broj: 0069056140
Lokalni matični broj: 11800016

Naziv zadatka: **NADOMJESNI MODELI VODOVA**

Naziv zadatka na
engleskom jeziku: **EQUIVALENT MODEL OF ELECTRICAL POWER NETWORKS**

Sadržaj zadatka:

Elementrani model voda. Točan i približan Π i T model voda. Proračun prijenosa pomoću Π i T modela voda. Analizirati vodove različitih duljina i naponskih nivoa pomoći točnih i približnih modela

Zadano: 17.03.2015.

Mentor:



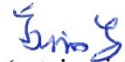
V. pred. mr. sc. Marijana Živić-Đurović

Predsjednica Povjerenstva:



Izv. prof. dr. sc. Vera Gradišnik

Zadatak preuzeo dana: 17.03.2015.



(potpis pristupnika)

Dostaviti:

- Predsjednica Povjerenstva
- Mentor
- Djelovođa Povjerenstva
- Evidencija studija
- Pristupnik
- Arhiva Zavoda

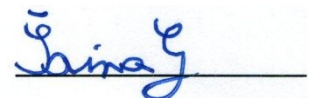
IZJAVA

Sukladno s člankom 9. PRAVILNIKA o završnom radu, završnom ispitu i završetku stručnih studija Tehničkog fakulteta Sveučilišta u Rijeci, od lipnja 2011. godine, izjavljujem da sam samostalno izradio završni rad pod naslovom „Nadomjesni modeli vodova“, prema zadatku br. 602-04/15-14/02 od 17.03.2015.

Rijeka, rujan 2015.

Goran Šaina

0069056140



SADRŽAJ

1. UVOD.....	1
2. ELEMENTARNI MODEL VODA.....	2
2.1. Vrste elektroenergetskih vodova.....	2
2.2. Materijali za nadzemne vodove.....	4
2.3. Karakteristične veličine voda.....	6
2.4. Izvedene konstante voda.....	9
2.5. Telegrafске једnadžbe.....	11
2.6. Opće rješenje prijenosnih једnadžbi.....	14
2.7. Oblici prijenosnih једnadžbi.....	14
2.7.1. I. Oblik prijenosnih једnadžbi.....	14
2.7.2. II. Oblik prijenosnih једnadžbi.....	15
2.7.3. III. Oblik prijenosnih једnadžbi.....	16
2.8. Električne prilike na idealnom vodu.....	17
3. TOČAN I PRIBLIŽAN π I T MODEL VODA.....	19
3.1. Točan π model voda.....	19
3.1.1. Korekcijski oblici π modela voda.....	20
3.2. Točan T model voda.....	22
3.2.1. Korekcijski oblici T modela voda.....	23
3.3. Približan π i T model voda.....	24
4. PRORAČUN PRIJENOSA POMOĆU π I T MODELA VODA.....	26
4.1. Proračun prijenosa pomoću π modela voda.....	26
4.2. Proračun prijenosa pomoću T modela voda.....	28
4.3. Proračun prijenosa kod vodova srednjeg napona.....	31

5. ANALIZA VODOVA RAZLIČITIH NAPONSKIH NIVOVA POMOĆU TOČNOG I PRIBLIŽNOG π MODELA.....	32
5.1. Vodovi vrlo visokog napona.....	32
5.1.1. Primjer proračuna π modela voda kod vrlo visokog napona.....	33
5.2. Vodovi visokog napona.....	38
5.2.1. Primjer proračuna π modela voda kod visokog napona.....	39
5.3. Vodovi srednjeg napona.....	45
5.3.1. Primjer proračuna π modela voda kod srednjeg napona.....	46
5.4. Izračun napona i struja na početku i na kraju voda.....	50
5.4.1. Analiza približnog i točnog π - modela voda kod vrlo visokog naponu te zadanom induktivnom snagom na kraju voda.....	50
5.4.2. Analiza približnog i točnog π - modela voda kod vrlo visokog naponu te zadanom kapacitivnom snagom na kraju voda.....	58
5.4.3. Analiza približnog i točnog π - modela voda kod vrlo visokog naponu te zadanom induktivnom snagom na početku voda.....	63
5.4.4. Analiza približnog i točnog π - modela voda kod vrlo visokog naponu te zadanom kapacitivnom snagom na početku voda.....	69
5.4.5. Analiza približnog π - modela voda kod srednjeg naponu te zadanom induktivnom i kapacitivnom snagom na kraju voda.....	74
5.4.6. Analiza približnog π - modela voda kod srednjeg naponu te zadanom induktivnom i kapacitivnom snagom na početku voda.....	79
6. ZAKLJUČAK.....	84
7. LITERATURA.....	86

1. UVOD

Električna energetska mreža je međusobno povezana elektroenergetska mreža za prijenos i distribuciju električne energije od proizvođača do potrošača. Sastoji se od elektrana koje proizvode električnu energiju, visokonaponskih dalekovoda koji prenose energiju iz elektrane do rasklopnih postrojenja i transformatorskih stanica te distribucijskih mreža koje povezuju pojedine potrošače [1]. Po funkciji električna energetska mreža može biti prijenosna, distribucijska i industrijska. Prijenosna elektroenergetska mreža je prijenos električne energije većih snaga, od elektrane do električne trafostanice na veće udaljenosti. Ona se razlikuje od distribucijske elektroenergetske mreže koje se nalaze između visokonaponskih transformatorskih stanica i potrošača (krajnjih korisnika) [2]. Industrijske elektroenergetske mreže su posebne cjeline prijenosa električne energije pomoću kojih se napajaju industrijska postrojenja iz javne tj. elektroprivredne mreže.

Nadomjesni modeli vodova su potrebni za analizu i proračun na određenoj udaljenosti elektroenergetskog voda. Sve analize u elektrotehnici počinju s formiranjem odgovarajućih modela. Model u analizi elektroenergetskog sustava znači matematički model koji čini skup jednažbi, detaljno opisuje međudjelovanje između različitih studijskih analiza i željenom fizikalnom, projektnom ili sustavnom točnošću [3]. Za složenije izvedbe, u modernije vrijeme koriste se računalni programi pomoću kojih se izračunava potrebnu analizu voda, što daleko brže i lakše dolazimo do potrebnih rezultata.

U drugom poglavlju opisan je elementarni model voda, detaljno su opisane vrste elektroenergetskih vodova, materijali za nadzemne vodove, karakteristične veličine voda i izvedene konstante voda. Zatim su detaljno opisane telegrafске jednažbe, opće rješenje prijenosnih jednažbi, sva tri oblika prijenosnih jednažbi te električne prilike na idealnom vodu. U trećem dijelu detaljno su opisani točan i približan π i T model voda te njihovi korekcijski oblici. U četvrtom poglavlju detaljno su opisani proračuni prijenosa pomoću π i T modela voda te proračun prijenosa kod vodova srednjeg napona. U petom poglavlju izračunati su i analizirani vodovi različitih naponskih nivoa pomoću točnog i približnog π modela. U tom su poglavlju napravljeni primjeri proračuna kod vrlo visokog napona, visokog napona i srednjeg napona pomoću približnog i točnog π modela. Zatim su izračunati napon i struja na početku i na kraju voda, ako je zadana induktivna odnosno kapacitivna snaga na kraju odnosno na početku elektroenergetskog voda.

2. ELEMENTARNI MODEL VODA

2.1. Vrste elektroenergetskih vodova

Razlikujemo dvije skupine energetskih vodova. To su nadzemni elektroenergetski vodovi i kabelski elektroenergetski vodovi.

- ***Nadzemni elektroenergetski vodovi (zračni, dalekovodi)***

Vodiči koji se koriste za prijenos i distribuciju električne energije (iznad zemlje) na velike udaljenosti. Sastoje se od jednog ili više vodiča pričvršćenih na izolatorima te odgovarajućim nosivim stupovima. Takvi su vodovi opterećeni mehanički (savijanje pod težinom snijega i jakih vjetrova) i termički (sužavaju se zimi, ljeti se rastežu). S obzirom da najveći dio izolacije pruža zrak, nadzemni vodovi su najčešće korišteni za prijenos električne energije zbog niske cijene izvedbe i količine postavljanja betonskih ili rešetkastih stupova [4].

Osnovni elementi nadzemnog voda su: pleteni vodiči (*Al/Fe*, omjeri: 6:1, 4:1, 3:1); zaštitni vodiči (užad); izolatori (suhi zrak, parafin, porculan, tvrda guma, a najčešće stakleni); spojni, ovjesni i zaštitni pribor (zatezna stezaljka,...); stupovi (betonski ili rešetkasti); uzemljivači (trakasti, štapni, prstenasti,...); temelji (najčešće betonski za betonske i rešetkaste stupove) [5].

❖ **Kriteriji za vodiče i dalekovode nadzemnih vodova**

Vodiči nadzemnih vodova odabiru se na temelju modeliranja nadzemnih vodova. U tom modeliranju tj. proračunu prijenosa mora se paziti pri među-induktivnom i među-kapacitivnom utjecaju pojedinih faza te o utjecaju zemlje. Uz navedene kriterije valja spomenuti i uvjete o ekološkim ograničenjima i mišljenja javnosti u koje spada odabir trase elektroenergetskog voda, karakteristikama dalekovoda (buka, utjecaj elektromagnetskog polja na žive organizme, odabir užeta elektroenergetskog voda, odabir izolacija, konstrukcija betonskih ili rešetkastih stupova) [6]. Valja naglasiti da kod vodiča za nadzemne vodove postoje važni kriteriji prije korištenja na dalekovodima, to su dobra električna provodljivost (tablica 2.1), zadovoljavajuća mehanička čvrstoća i optimalna težina (tablica 2.1), dobar omjer pletenih vodiča, otpornost na koroziju pod utjecajem vode (H_2O) i kiselih kiša, otpornost na razne atmosferske prilike, otpornost na visoka temperaturna ugrijavanja da se ne pojave preveliki ovjesi, omjer prihvatljive cijene i kvalitete [7].

- ***Kabelski elektroenergetski vodovi (kabeli)***

Najčešće su to podzemni elektroenergetski vodovi. Oni zamjenjuju nadzemne vodove koji pružaju prijenos električne energije podzemnim putem. To se obično izvodi zbog estetskih razloga, te imaju dodatnu prednost od nadzemnih vodova, manje su osjetljivi na prekide tijekom velikih oluja, jakih vjetrova, velike količine snijega ili ledene kiše. Takva vrsta elektroenergetskih vodova povećava početne troškove električnog prijenosa i distribucije, ali se zato smanjuju operacijske troškove tijekom vijeka trajanja kabela [8]. Posebne vrste podzemnih vodova s visokom izolacijom mogu se koristiti i ispod vode ili mora.

Nadzemni vodovi i kabelski elektroenergetski vodovi najčešće se modeliraju nadomjesnim π - modelom, a koriste se i nadomjesni T - model elektroenergetskog voda, rjeđe se koriste Γ - model i I - model elektroenergetskog voda. Podaci potrebni za modeliranje elektroenergetskih vodova su struja I , linijski (nazivni) napon U , u proračunima se češće koristi fazni napon V . Za modeliranje mora se razlikovati uzdužnu i poprečnu granu za direktni odnosno nulti sustav kod nadzemnih vodova. U uzdužnoj grani se nalaze impedancija Z , rezistancija R i reaktancija X te potreban joj induktivitet L . U poprečnim granama odnosno poprečnoj grani nalaze se admitancija Y , konduktancija G i susceptancija B te potreban joj kapacitet C . Bitno je modelirati sve elemente u uzdužnoj i poprečnoj grani, zbog toga da se može formirati jedan od potrebnih matematičkih modela mreže. Za proračun i analize potrebni su adekvatni elementi u mreži kako bi se moglo odrediti, o kojem se nadomjesnom modelu radi te ujedno i njihova fizikalna svojstva [9].

2.2. Materijali za nadzemne vodove

➤ Bakar (Cu)

Rastezljiv metal s vrlo visokom toplinskom i električnom vodljivošću. Čisti bakar je mekan, savitljiv i ima crvenkasto-narančastu boju. Koristi se kao vodič topline i električne energije te kao građevinski materijal.

• Legure bakra

Bakar se najčešće miješa s cinkom (Zn), kositrom (Sn), aluminijem (Al), niklom (Ni), manganom (Mn) i silicijem (Si) za poboljšanje mehaničkih svojstava. Imaju visoku otpornost na koroziju. Najpoznatije tradicionalne vrste su bronca, mjed ili mesing.

- *Bronca*: više od 60% bakra uz dodatak jednoga (najviše kositar) ili više elemenata za leguru (fosfor, silicij, aluminij ili cink), često je viđana u omjeru: 90,0% bakra, 6% kositra, 4,0% cinka, time se poboljšava bakrena čvrstoća, tvrdoća i otpornost na koroziju. Imaju nisko talište i dobro se lijevaju, koriste se za izradu različitih ventila, zupčanika, novca, ukrasnih predmeta, itd.
- *Mesing ili mjed*: legura bakra i cinka, gdje je sadržaj cinka oko 40%. Najpoznatiji je omjer sastava: bakar 90%, cink 9,9%, željezo 0,05%, olovo 0,05%. [11] Koriste se za vijke u transformatorskim stanicama i navoje u nekim vrstama izolatora.

➤ Aluminij (Al)

Aluminij (99,5 %) je čisti aluminij. On je srebrno-bijeli, mekan, ne magnetski, žilav i jako rastezljiv metal te metal male gustoće. Otporan je na koroziju, neke kiseline i atmosferske plinove. Dobar je vodič topline i električne energije. Aluminij je treći najčešći element (nakon kisika i silicija) u Zemljinoj kori, proizvodi se od boksita.

• Legure aluminija

Aluminij se najčešće miješa s bakrom (Cu), manganom (Mn), silicijem (Si), cinkom (Zn), magnezijem (Mg) i željezom (Fe).

- *Magnalij*: slitina aluminija i magnezija, u kojoj je udio magnezija 10 - 30 %. Otporan na morsku vodu, najčešće se koristi u brodogradnji.

- *Duraluminij*: je legura aluminija, bakra, magnezija i mangana, miješa se u omjeru: bakar 2,5 – 5,5 %, magnezij 0,5 – 2 %, mangan 0,5 – 1,2 %, silicij 0,2 – 1 %. Vrlo tvrda legura, otporan na udarce, pa se koristi u građevinarstvu, za izradu prijevoznih sredstava, za oplatu aviona i okvire trkaćih bicikala.
- *Aldrey*: legura aluminija (98,7 %), magnezija (0,3 - 0,5 %), silicija (0,4 - 0,7 %) i željeza (0,2 - 0,3 %), vlačna čvrstoća veća je od one čistog aluminija, električna vodljivost mu je oko 31 Sm/mm^2 , prekidna čvrstoća 350 N/mm^2 te rastezljivost 6,5 %. Najčešće se koristi za gradnju elektroenergetskih vodova te jakih strujnih sabirnica.
- *Silumin*: legura aluminija i silicija (2 - 12,5 %). Koristi se za kavez rotora asinkronih motora i kućišta manjih izmjeničnih motora [12].

Danas aluminij prevladava kao materijal za vodiče nadzemnih vodova i kabela. Omjer specifične mase γ i specifične električne vodljivosti χ daje konstantu materijala α :

$$\alpha = \frac{\gamma}{\chi} \quad (2.1)$$

Gdje je: γ specifična masa,

χ specifična električna vodljivost.

➤ Čelik (pocinčani)

Oni su legure željeza (*Fe*) i drugih elemenata, najčešće s 2,06 % ugljena (*C*), zbog svoje visoke čvrstoće i niskim troškovima, najčešće se koristi u građevinarstvu, kao materijal za zaštitnu užad (kao jezgra gdje čelična jezgra preuzima mehaničko opterećenje vodiča, poznato kao *alučel Al/Fe*, standardni omjeri: 6:1, 4:1, 3:1). Čelici imaju loša električna, ali odlična mehanička svojstva. Čelični se vodovi oblažu vodljivim materijalima kao što je *Copperweld* (čelik obložen bakrom) i *Alumoweld* (čelik obložen aluminijem) [13].

➤ Platina (*Pt*), srebro (*Ag*) i zlato (*Au*)

To su plemeniti metali, imaju veliku (najveću srebro) električnu i toplinsku provodnost, ne oksidiraju i otporni su na kiseline i lužine. Koriste se u industriji, zlatarstvu, čipovima i modernoj tehnologiji, kod kontakata u elektrotehnici.

Tablica 2.1. Specifične vrijednosti materijala i legura

	Električna vodljivost $\chi \left[\frac{S}{m} \cdot 10^6 \right]$	Specifična masa $\gamma \left[\frac{kg}{m^3} \cdot 10^3 \right]$	Prekidna čvrstoća $\delta_p \left[\frac{daN}{mm^2} \right]$
Bakar (Cu)	56	8,9	40
Aluminij (Al)	34,8	2,7	17-19
Bronza (Cu, Sn, Si)	48-18	8,65-8,9	50-70
Aldrij (Al, Mn, Si, Fe)	30	2,7	30
Čelik (pocinčani)	7-8	7,8	40-150
Bakar – čelik	/	8,25	60-108
Alučel (6:1)	/	3,45	17/120
Aldrey – čelik (6:1)	/	3,45	30/120

Uzevši vrijednosti aluminija (Al) te bakra (Cu), iz tablice 2.1 u izraz (2.1) dobiva se:

$$\alpha_{Cu} = \frac{8,9 \cdot 10^3}{56 \cdot 10^6} = 1,5893 \cdot 10^{-4} \approx 159 \cdot 10^{-6} \left[\frac{\Omega kg}{m^2} \right] \quad (2.2)$$

$$\alpha_{Al} = \frac{2,7 \cdot 10^3}{34,8 \cdot 10^6} = 7,759 \cdot 10^{-5} \approx 77 \cdot 10^{-6} \left[\frac{\Omega kg}{m^2} \right]$$

2.3. Karakteristične veličine voda

Karakteristične veličine pomoću kojih se definiraju električne prilike na vodu u svim pogonskim slučajevima nazivaju se konstante voda.

Brojčane vrijednosti konstanti voda ovise o:

- ❖ svojstvima materijala od kojih su konstruirani;
- ❖ svojstvima sredine koja ih okružuje (nizine, planine);
- ❖ geometrijskom odnosu dijelova voda međusobno i prema okolini.

Spomenute utjecajne veličine podložne su promjenama, kao što su promjene temperature, vlažnost i sl., zato treba pripaziti na to [14].

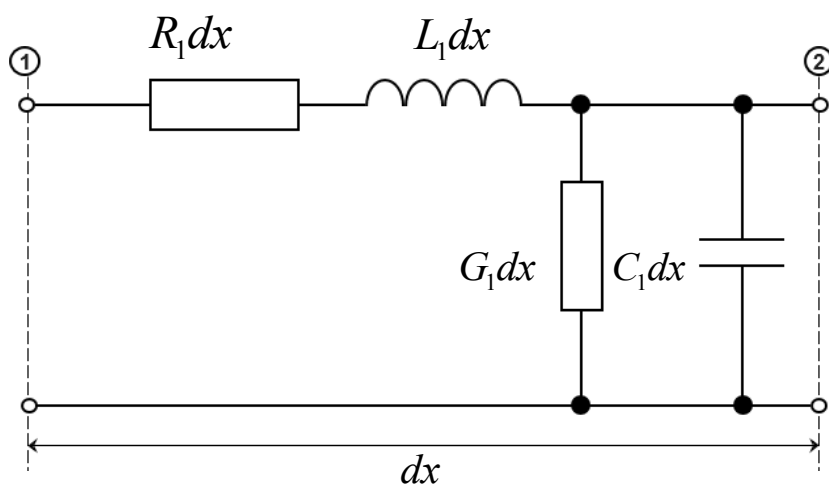
Konstante voda se mjere po jedinici dužine voda, najčešće po kilometru i po jednoj fazi. Radi se o konstantama za direktni sustav sinkronog voda ako nije naglašeno drugačije.

Osnovne konstante voda:

1. Jedinični djelatni otpor voda $R_1 [\Omega/km]$,
2. Jedinični induktivitet voda $L_1 [H/km]$,
3. Jedinični kapacitet voda $C_1 [F/km]$,
4. Jedinični odvod voda $G_1 [S/km]$.

Ukratko, to su karakteristične veličine važne za opisivanje električnih prilika na elektroenergetskom vodu, koje vrijede u svim prilikama pogona. Konstantne vrijednosti ovise o karakteristikama materijala i okoline u kojoj se nalaze, te o opsegu samih elektroenergetskih vodova te njihovim udaljenostima između njih. Realni elektroenergetski vod je vod kojem su sve četiri jedinične vrijednosti (konstante) različite od nule ($R_1 \neq 0$, $L_1 \neq 0$, $C_1 \neq 0$, $G_1 \neq 0$) [15].

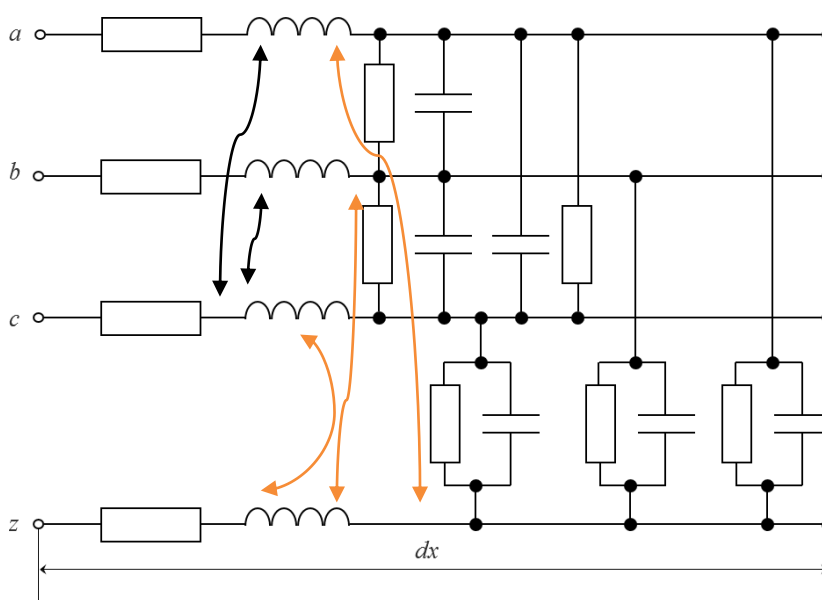
Važno je naglasiti da prolaz struje kroz otpor i odvod izaziva toplinske gubitke, pa konstante dijelimo na tople i hladne. Zbog svog položaja u elementu voda djelatni otpor voda i induktivitet voda nazivamo uzdužnim konstantama, a odvod voda i kapacitet voda nazivamo poprečnim konstantama.



Slika 2.1. Položaj konstanti voda na dužini dx

U najvećem broju slučajeva koriste se jednofazni modeli elemenata mreže (slika 2.1.). Kao što je vidljivo sa slike 2.1. pod uzdužnu granu spadaju jedinični djelatni otpor voda R_1 i jedinični induktivitet voda L_1 , dok pod poprečnu granu spadaju jedinični odvod voda G_1 te jedinični kapacitet voda C_1 na nekoj udaljenosti između vodova dx .

Prema metodi simetričnosti razlikujemo direktni, inverzni te nulti sustav. Kakva god da se vektora ima, razlikuju se po fazi ili kutu (snaga odnosno napon i struja). Sustav je simetričan ako su sve tri faze jednake po iznosu i jednako međusobno pomaknute pod nekim kutom, isto tako može biti simetričan pogonski slučaj ako su jednaki po iznosu, a fazno pomaknuti za 120° napon i struja u sve tri faze. Kroz takav povratni vod bez impedancije (Z) ne teče struja, a nalazi se na zvjezdištu (O) sustava [16].



Slika 2.2. Trofazni model voda dužine dx

Trofazni grafički prikaz kao na slici 2.2. nam je potreban kada vod nije simetričan i/ili pogonski slučaj nije simetričan. Trofazne modele mreže se koriste za analizu prilika u mreži koje nisu simetrične, mreže s velikim opterećenjima koji nisu simetrični ili izuzetno nesimetričnim komponentama, ali i u slučaju kvara u nesimetriji. Tada prikazani povratni vodič fizički postoji u vidu zemlje i obostrano uzemljenog zaštitnog vodiča, te određenu impedanciju Z . U izvjesnim pogonskim slučajevima kroz njega teče struja. Na slici 2.2. vidljivo je da su prikazane sve konstante, uključujući međusobne utjecaje [17].

2.4. Izvedene konstante voda

Simboličke konstante se javljaju u obliku ovisnosti o frekvenciji i to kao:

- Jedinična reaktancija tj. jedinični uzdužni induktivni otpor

$$X_1 = \omega L_1 \text{ [}\Omega/\text{km]} \quad X_1 = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1 \text{ [}\Omega/\text{km]} \quad (2.3)$$

- Jedinična susceptancija tj. jedinična poprečna kapacitivna vodljivost

$$B_1 = \omega C_1 \text{ [S/km]} \quad B_1 = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_1 \text{ [S/km]} \quad (2.4)$$

Kompleksne simboličke vrijednosti dobivaju se uvrštavanjem konstanti u formulu, pa se dobije:

- Jediničnu impedanciju tj. jedinični uzdužni prividni otpor

$$\bar{Z}_1 = R_1 + jX_1 \text{ [}\Omega/\text{km]} \quad (2.5)$$

- Jediničnu admitanciju tj. jedinična poprečna prividna vodljivost

$$\bar{Y}_1 = G_1 + jB_1 \text{ [S/km]} \quad (2.6)$$

Kod konkretnog voda važna je duljina ℓ tog voda. Izvedene karakteristične veličine su:

- Valna konstanta tj. konstanta prodiranja

$$\gamma = \sqrt{\bar{Z}_1 \cdot \bar{Y}_1} \text{ [1/km]} \quad (2.7)$$

- Karakteristična impedancija

$$\bar{Z}_c = \sqrt{\frac{\bar{Z}_1}{\bar{Y}_1}} \text{ [}\Omega\text{]} \quad (2.8)$$

Realni i imaginarni dio su sastavni dijelovi konstante prodiranja:

$$\gamma = \alpha + \beta j = \sqrt{(R_1 + j\omega L_1)(G_1 + j\omega C_1)} \quad (2.9)$$

Gdje su: α konstanta gušenja,

β fazna konstanta.

Karakterističnu impedanciju \bar{Z}_c može se izraziti pomoću konstante prodiranja γ

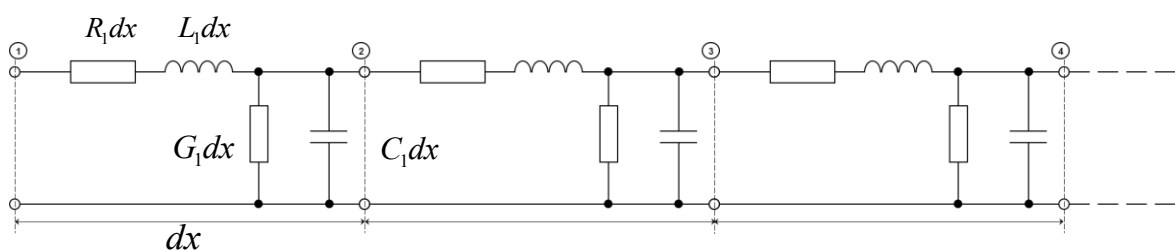
$$\bar{Z}_c = \sqrt{\frac{R_1 + j\omega L_1}{G_1 + j\omega C_1}} = \frac{\bar{Z}_1}{\gamma} = \frac{\gamma}{\bar{Y}_1} \text{ [}\Omega\text{]} \quad (2.10)$$

Ako se dužinu voda ℓ pomnoži jediničnim konstantama voda, dobije se:

- Rezistanciju (djelatni otpor voda) $R = R_1 \cdot \ell [\Omega]$,
- Reaktanciju (induktivni otpor voda) $X = X_1 \cdot \ell [\Omega]$,
- Konduktanciju (djelatni odvod voda) $G = G_1 \cdot \ell [S]$,
- Susceptanciju (kapacitivnu vodljivost voda) $B = B_1 \cdot \ell [S]$,
- Impedanciju (prividni otpor voda) $\bar{Z} = R + jX [\Omega]$,
- Admitanciju (prividnu vodljivost voda) $\bar{Y} = G + jB [S]$.

Konstanta prodiranja za duljinu voda $\ell [km]$:

$$\Theta = \bar{\gamma} \cdot \ell = \sqrt{\bar{Z} \cdot \bar{Y}} \quad (2.11)$$

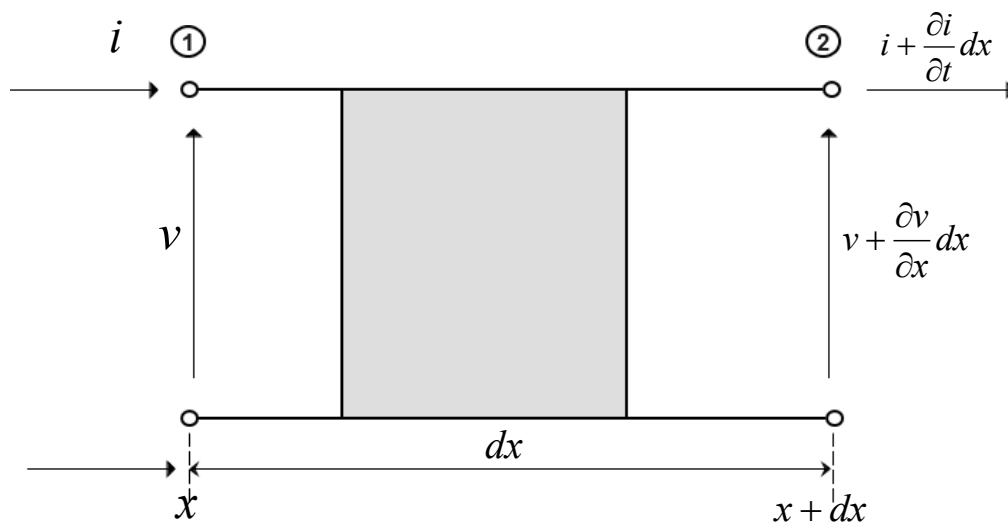


Slika 2.3. Vod kao lanac infinitezimalnih dijelova

Prikazivanje konstanta prema slikama 2.1. i 2.2. u biti nije ispravno, jer su prikazane kao koncentrirane, a one u stvari to nisu. Ako takav način prikazivanja primijenimo na sasvim kratke odsječke voda (slika 2.3.), približavamo se vjernom prikazu [18].

2.5. Telegrafске једнадџбе

Napon i struja na vodu mijenjaju se uzduž voda i tokom vremena. Prikazano je zbivanje na kratkom odsječku dužine dx , na dva načina: analitički prema slici 2.4. te fizikalno prema slici 2.6.:

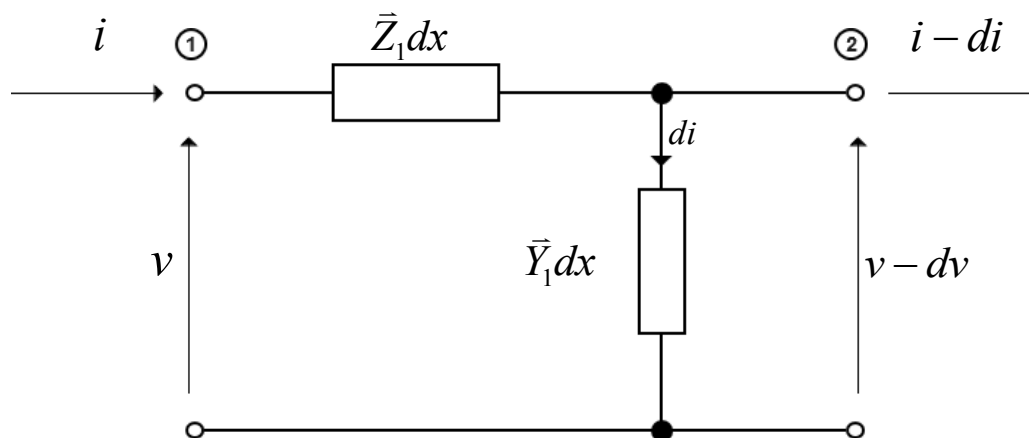


Slika 2.4. Promjena struje i i napona na vodu dužine dx

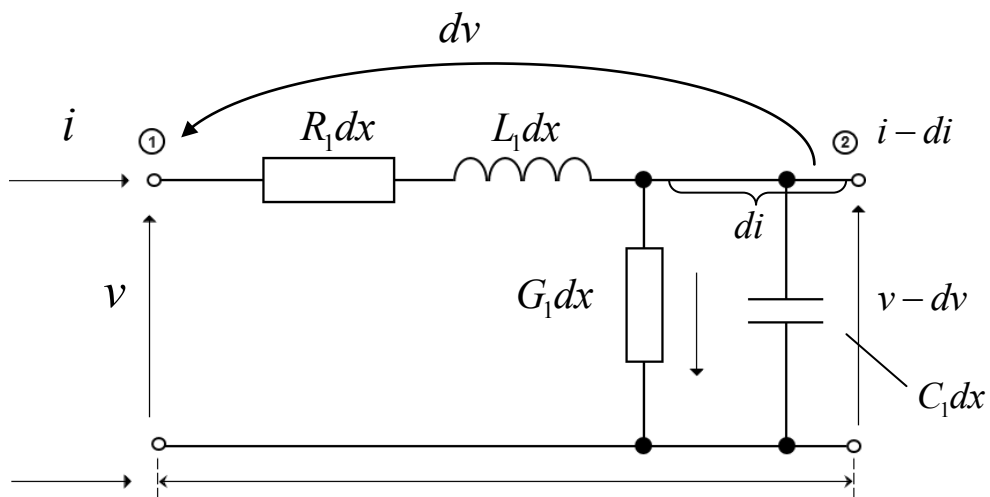
Gdje je:

v momentalne vrijednosti napona,

i momentalne vrijednosti struje.



Slika 2.5. Analitički prikaz promjena struje i i napona na vodu dužine dx



Slika 2.6. Fizikalni prikaz struje i napona na vodu dužine dx

Početne jednačbe dobivene sa slike 2.6.:

$$dv = iR_1 dx + L_1 \frac{\partial i}{\partial t} dx \quad (2.12)$$

$$di = vG_1 dx + C_1 \frac{\partial v}{\partial t} dx$$

Izjednačavanjem početnih jednačbi analognog i fizikalnog napona i struja dobije se:

$$v + \frac{\partial v}{\partial x} dx = v - dv = v - iR_1 dx + L_1 \frac{\partial i}{\partial t} dx \quad (2.13)$$

$$i + \frac{\partial i}{\partial x} dx = i - di = i - vG_1 dx + C_1 \frac{\partial v}{\partial t} dx$$

Sređivanjem tih jednačbi dobije se diferencijalne jednačbe:

$$-\frac{\partial v}{\partial x} = iR_1 + L_1 \frac{\partial i}{\partial t} \quad (2.14)$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = vG_1 + C_1 \frac{\partial v}{\partial t}$$

Telegrafske jednađbe su sve diferencijalne jednađbe, ĉija su rješenja prijenosne jednađbe. Simboliĉna domena tj. simboliĉni raĉun izmjenične trofazne sinusne struje konstantne frekvencije

$$v = \text{Re} \left[\sqrt{2} \cdot V \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} \right] \quad \vec{V} = V \angle \varphi \quad (2.15)$$

$$\vec{Z} = R + jX = Z \angle \varphi$$

Ako su poznate sljedeće jednađbe:

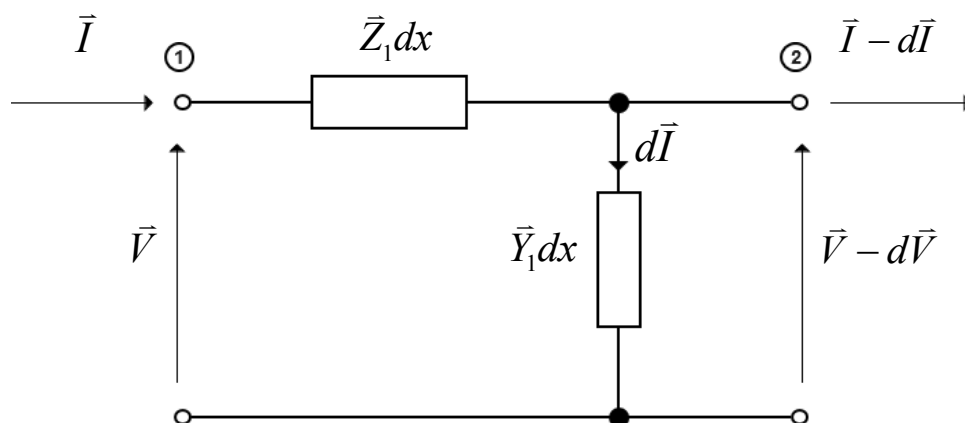
$$i = f(x, t) = i(x) \cdot \sin(\omega t + \varphi_i) \quad (2.16)$$

$$v = f(x, t) = v(x) \cdot \sin(\omega t + \varphi_v)$$

Dobiju se sljedeće jednađbe:

$$\vec{I}(x) = I(x) \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{j\varphi_i} \quad (2.17)$$

$$\vec{V}(x) = V(x) \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{j\varphi_v}$$



Slika 2.7. Analitiĉki prikaz promjena struje i napona na vodovima duŹine dx

Pomoću analitiĉkog prikaza promjena napona i struja na vodovima slika 2.7., dobiva se telegrafske jednađbe u simboliĉkoj domeni:

$$\begin{aligned} -\frac{d\vec{V}}{dx} &= R_1 \vec{I} + j\omega L_1 \vec{I} \Rightarrow & -\frac{d\vec{V}}{dx} &= \vec{Z}_1 \vec{I} \\ -\frac{d\vec{I}}{dx} &= G_1 \vec{V} + j\omega C_1 \vec{V} \Rightarrow & -\frac{d\vec{I}}{dx} &= \vec{Y}_1 \vec{V} \end{aligned} \quad (2.18)$$

2.6. Opće rješenje prijenosnih jednadžbi

Iz telegrafskih jednadžbi (2.18) zna se da je:

$$\frac{d\bar{V}}{dx} = -\bar{Z}_1\bar{I} \quad \frac{d\bar{I}}{dx} = \bar{Y}_1\bar{V} \quad (2.19)$$

Kada ih se derivira po x dobije se:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\bar{V}}{dx^2} = -\bar{Z}_1 \frac{d\bar{I}}{dx} &\Rightarrow \frac{d^2\bar{V}}{dx^2} = \bar{Z}_1\bar{Y}_1\bar{V} = \gamma^2\bar{V} \\ \frac{d^2\bar{I}}{dx^2} = -\bar{Y}_1 \frac{d\bar{V}}{dx} &\Rightarrow \frac{d^2\bar{I}}{dx^2} = \bar{Y}_1\bar{Z}_1\bar{I} = \gamma^2\bar{I} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Valna konstanta odnosno konstanta prodiranja glasi:

$$\bar{\gamma} = \sqrt{\bar{Z}_1 \cdot \bar{Y}_1} = \alpha + j\beta [1/km] \quad (2.21)$$

Opće rješenje jednadžbi (2.21) izgleda:

$$\begin{aligned} \bar{V} &= \bar{A}_1 \cdot e^{-\gamma x} + \bar{A}_2 \cdot e^{\gamma x} = \bar{A}_1 \cdot e^{-(\alpha+j\beta)x} + \bar{A}_2 \cdot e^{(\alpha+j\beta)x} \\ \bar{I} &= \bar{B}_1 \cdot e^{-\gamma x} + \bar{B}_2 \cdot e^{\gamma x} = \bar{B}_1 \cdot e^{-(\alpha+j\beta)x} + \bar{B}_2 \cdot e^{(\alpha+j\beta)x} \end{aligned} \quad (2.22)$$

2.7. Oblici prijenosnih jednadžbi

Razlikujemo tri oblika prijenosnih jednadžbi:

2.7.1. I. Oblik prijenosnih jednadžbi

Jednadžbe (2.22)

$$\begin{aligned} \bar{V} &= \bar{A}_1 \cdot e^{-\gamma x} + \bar{A}_2 \cdot e^{\gamma x} \\ \bar{I} &= \bar{B}_1 \cdot e^{-\gamma x} + \bar{B}_2 \cdot e^{\gamma x} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Derivira li se po x te usporedi s jednadžbama (2.18) dobije se:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{V}}{dx} = -\gamma \cdot \bar{A}_1 \cdot e^{-\gamma x} + \gamma \cdot \bar{A}_2 \cdot e^{\gamma x} &\Rightarrow \frac{d\bar{V}}{dx} = -\bar{Z}_1\bar{I} \\ \frac{d\bar{I}}{dx} = -\gamma \cdot \bar{B}_1 \cdot e^{-\gamma x} + \gamma \cdot \bar{B}_2 \cdot e^{\gamma x} &\Rightarrow \frac{d\bar{I}}{dx} = -\bar{Y}_1\bar{V} \end{aligned} \quad (2.24)$$

Ako se uvrsti za $x = 0$, $\vec{V} = \vec{V}_1$, $\vec{I} = \vec{I}_1$ pa jednadžbe (2.22) i (2.23), uzevši u obzir (2.10) glase ovako:

$$\begin{aligned}\vec{V}_1 &= \vec{A}_1 + \vec{A}_2 & \vec{Z}_c \vec{I}_1 &= \vec{A}_1 - \vec{A}_2 \\ \vec{I}_1 &= \vec{B}_1 + \vec{B}_2 & \frac{1}{\vec{Z}_c} \vec{V}_1 &= \vec{B}_1 - \vec{B}_2\end{aligned}\tag{2.25}$$

Dobivena su dva para jednadžbi čija su rješenja:

$$\begin{aligned}\vec{A}_1 &= \frac{1}{2}(\vec{V}_1 + \vec{Z}_c \vec{I}_1) & \vec{A}_2 &= \frac{1}{2}(\vec{V}_1 - \vec{Z}_c \vec{I}_1) \\ \vec{B}_1 &= \frac{1}{2}\left(\vec{I}_1 + \frac{\vec{V}_1}{\vec{Z}_c}\right) & \vec{B}_2 &= \frac{1}{2}\left(\vec{I}_1 - \frac{\vec{V}_1}{\vec{Z}_c}\right)\end{aligned}\tag{2.26}$$

Za dobivanje I_a oblika prijenosnih jednadžbi potrebno je uvrstiti jednadžbe (2.22) u (2.26)

$$\begin{aligned}\vec{V} &= \frac{1}{2}(\vec{V}_1 + \vec{Z}_c \vec{I}_1) \cdot e^{-\gamma x} + \frac{1}{2}(\vec{V}_1 - \vec{Z}_c \vec{I}_1) \cdot e^{\gamma x} \\ \vec{I} &= \frac{1}{2}\left(\vec{I}_1 + \frac{\vec{V}_1}{\vec{Z}_c}\right) \cdot e^{-\gamma x} + \frac{1}{2}\left(\vec{I}_1 - \frac{\vec{V}_1}{\vec{Z}_c}\right) \cdot e^{\gamma x}\end{aligned}\tag{2.27}$$

Analogno izrazu jednadžbe (2.27), dobiva se I_b oblik prijenosnih jednadžbi

$$\begin{aligned}\vec{V} &= \frac{1}{2}(\vec{V}_2 + \vec{Z}_c \vec{I}_2) \cdot e^{\gamma x} + \frac{1}{2}(\vec{V}_2 - \vec{Z}_c \vec{I}_2) \cdot e^{-\gamma x} \\ \vec{I} &= \frac{1}{2}\left(\vec{I}_2 + \frac{\vec{V}_2}{\vec{Z}_c}\right) \cdot e^{\gamma x} + \frac{1}{2}\left(\vec{I}_2 - \frac{\vec{V}_2}{\vec{Z}_c}\right) \cdot e^{-\gamma x}\end{aligned}\tag{2.28}$$

Vidljivo je da se napon i struja dobiju superpozicijom dvaju voda, i to bilo gdje na vodu.

2.7.2. II. Oblik prijenosnih jednadžbi

Primjenom Eulerovih formula dobiva se sljedeći oblik prijenosnih jednadžbi:

$$\begin{aligned}\vec{V} &= \frac{1}{2} \vec{V}_1 (e^{-\gamma x} + e^{\gamma x}) + \frac{1}{2} \vec{Z}_c \vec{I}_1 (e^{-\gamma x} - e^{\gamma x}) \\ \vec{I} &= \frac{1}{2} \vec{I}_1 (e^{-\gamma x} + e^{\gamma x}) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\vec{V}_1}{\vec{Z}_c} (e^{-\gamma x} - e^{\gamma x})\end{aligned}\tag{2.29}$$

Matematički nam je poznato da je:

$$ch \ \gamma x = \frac{e^{+\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2}, \quad sh \ \gamma x = \frac{e^{+\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} \quad (2.30)$$

Uvrštavanjem jednadžbi (2.30) u (2.29) dobiva se Π_a oblik prijenosnih jednadžbi:

$$\begin{aligned} \vec{V} &= \vec{V}_1 ch \ \gamma x - \vec{Z}_c \vec{I}_1 sh \ \gamma x \\ \vec{I} &= \vec{I}_1 ch \ \gamma x - \frac{\vec{V}_1}{\vec{Z}_c} sh \ \gamma x \end{aligned} \quad (2.31)$$

Analogno izrazu jednadžbe (2.31), dobiva se Π_b oblik prijenosnih jednadžbi:

$$\begin{aligned} \vec{V} &= \vec{V}_2 ch \ \gamma x + \vec{Z}_c \vec{I}_2 sh \ \gamma x \\ \vec{I} &= \vec{I}_2 ch \ \gamma x + \frac{\vec{V}_2}{\vec{Z}_c} sh \ \gamma x \end{aligned} \quad (2.32)$$

Izgubljen je uvid u valni karakter napona i struje uzduž voda kod ovog oblika prijenosnih jednadžbi. Ovim izrazima se može izračunati stvarne vrijednosti struje i napona uzduž voda po veličini i fazi.

2.7.3. III. Oblik prijenosnih jednadžbi

Poznate su električne prilike na jednom kraju voda, a tražimo električne prilike na drugom kraju voda (zadano na početku, a računamo na kraju voda ili obrnuto), tada vrijedi da je:

$$x = \ell$$

Karakterističnu impedanciju \vec{Z}_c , koristeći jednadžbu (2.11), može se izraziti pomoću konstante prodiranja Θ :

$$\vec{Z}_c = \sqrt{\frac{R_1 + j\omega L_1}{G_1 + j\omega C_1}} = \sqrt{\frac{\vec{Z}_1}{\vec{Y}_1}} = \frac{\vec{Z}_1}{\vec{\gamma}} = \frac{\vec{Z}}{\Theta} = \frac{\Theta}{\vec{Y}} \quad [\Omega] \quad (2.33)$$

Ako se uvrsti jednadžbu (2.33) u jednadžbu (2.31), pod uvjetom da je $x = 0$, dobiva se III_a oblik prijenosnih jednadžbi:

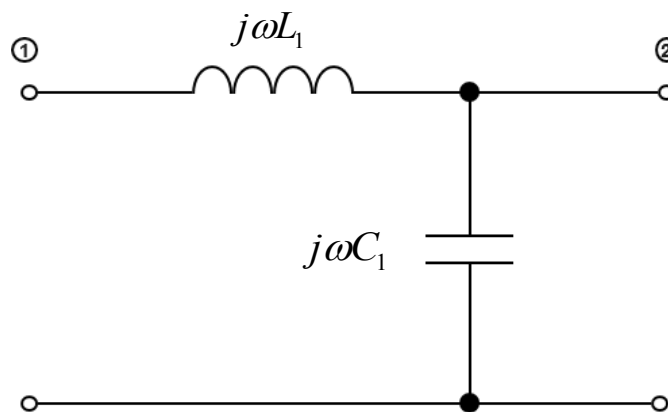
$$\begin{aligned} \vec{V}_2 &= \vec{V}_1 ch \ \Theta - \vec{I}_1 \cdot \vec{Z} \frac{sh \ \Theta}{\Theta} \\ \vec{I}_2 &= \vec{I}_1 ch \ \Theta - \vec{V}_1 \cdot \vec{Y} \frac{sh \ \Theta}{\Theta} \end{aligned} \quad (2.34)$$

Analogno izrazu jednadžbe (2.34), dobiva se III_b oblik prijenosnih jednadžbi:

$$\begin{aligned}\vec{V}_1 &= \vec{V}_2 \operatorname{ch} \Theta + \vec{I}_2 \cdot \vec{Z} \frac{\operatorname{sh} \Theta}{\Theta} \\ \vec{I}_1 &= \vec{I}_2 \operatorname{ch} \Theta + \vec{V}_2 \cdot \vec{Y} \frac{\operatorname{sh} \Theta}{\Theta}\end{aligned}\quad (2.35)$$

2.8. Električne prilike na idealnomvodu

Idealni vod je vod kojem su sve četiri konstante jednake nuli tj. vod bez gubitaka ($\mathbf{R}_1 = \mathbf{0}$, $\mathbf{G}_1 = \mathbf{0}$).



Slika 2.8. Fizikalni prikaz idealnog voda

- Valna konstanta tj. konstanta prodiranja glasi:

$$\gamma = \sqrt{\vec{Z}_1 \cdot \vec{Y}_1} = \alpha + j\beta = \sqrt{j\omega L_1 \cdot j\omega C_1} = j\omega \sqrt{L_1 \cdot C_1} = j\beta_0 \quad (2.36)$$

S obzirom na jednadžbu (2.36), vrijedi sljedeći prijelaz:

$$e^{\gamma x} = e^{j\beta_0 x}$$

Analogno tome slijedi:

$$L_1 \cdot C_1 = \frac{1}{c^2} \quad (2.37)$$

Gdje je: c – brzina svjetlosti ($c \approx 300\,000\text{ km/s} \approx 3 \cdot 10^8\text{ m/s}$)

Uzme li se frekvenciju f od 50 Hz te brzinu svjetlosti c , fazna konstanta β_0 slijedi:

$$\beta_0 = \omega \sqrt{L_1 \cdot C_1} = \frac{\omega}{c} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{300000} = \frac{2 \cdot \pi}{6000} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.38)$$

Zaključili smo da je dužina vala λ na idealnom zračnomvodu, uz frekvenciju f od 50 Hz iznosi 6000 km . Bez obzira na frekvenciju, fazna brzina uzduž idealnog zračnog voda jednak je brzini svjetlosti c .

- Karakteristična impedancija \bar{Z}_c kod idealnog voda:

$$\bar{Z}_c = \sqrt{\frac{\bar{Z}_1}{\bar{Y}_1}} = \sqrt{\frac{j\omega L_1}{j\omega C_1}} = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = Z_v [\Omega] \quad (2.39)$$

Vidljivo je da su karakteristična impedancija \bar{Z}_c i valni otpor \bar{Z}_v kao realna veličina, jednaki.

Svojstvo samog voda, neovisan je o frekvenciji i obliku voda, prema tome to je čisti djelatni otpor. Valni otpor zračnih vodova iznosi oko 400Ω .

Uvrsti li se jednakost $\gamma = j\beta_0$, dobije se:

$$ch \gamma x = \cos \beta_0 x \quad (2.40)$$

$$sh \gamma x = j \sin \beta_0 x$$

Uvrsti li se jednakost $\bar{Z}_c = Z_v$ u jednadžbu (2.32), dobije se:

$$\bar{V} = \bar{V}_2 \cos \beta_0 x + j Z_v \bar{I}_2 \sin \beta_0 x \quad (2.41)$$

$$\bar{I} = \bar{I}_2 \cos \beta_0 x + j \frac{\bar{V}_2}{Z_v} \sin \beta_0 x$$

3. TOČAN I PRIBLIŽAN π I T MODEL VODA

Elementi četveropola voda se u praksi raspoređuju po Π - shemi ili po T - shemi.

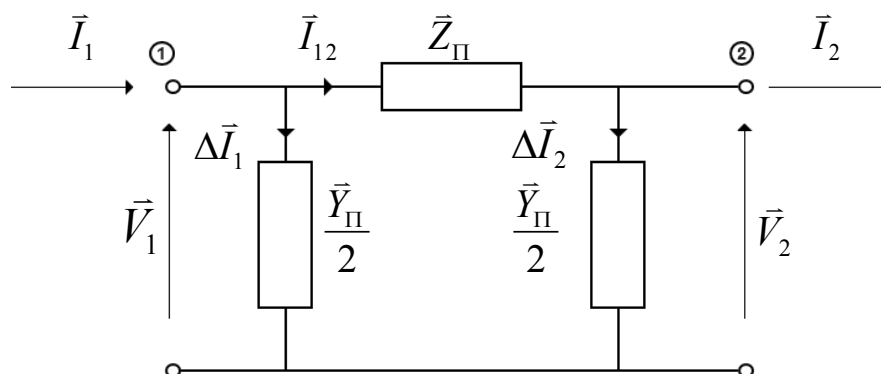
3.1. Točan π model voda

Korigiran (točan) model voda se koristi zbog valne prirode voda, kod vodova vrlo visokog napona na velikim udaljenostima, za preciznije i točne proračune. Kod ovakvih proračuna najčešće se koristi neki od računalnih programa koji olakšavaju i ubrzavaju rad samog izračuna na potreban broj decimala, da se vidi razlika između točnog i približnog π modela elektroenergetskih vodova. Mora se znati da proračun polazi od osnovnih izraza za uzdužnu impedanciju Z i poprečne admitancije Y svih faznih vodiča.

Koristeći napon na početku voda Π_b oblika prijenosnih jednadžbi (2.32) uz jednakost $x = \ell$ dolazi se do izraza:

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_2 \operatorname{ch} \gamma \ell + \vec{Z}_c \vec{I}_2 \operatorname{sh} \gamma \ell \quad (3.1)$$

Jedan te isti napon mora se dobiti računajući četveropolom, koristeći sliku 3.1.:



Slika 3.1. Točan jednofazni Π model voda

Gdje je:

\vec{Z}_Π impedancija uzdužne grane,

\vec{Y}_Π admitancija poprečne grane.

Uz pomoć slike 3.1. dobiva se izraz za fazni napon V_l na početku voda:

$$\begin{aligned}\Delta \bar{I}_2 &= \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{Y}_\Pi}{2} \\ \bar{I}_{12} = \bar{I}_2 + \Delta \bar{I}_2 &\Rightarrow \quad \bar{I}_{12} = \bar{I}_2 + \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{Y}_\Pi}{2} \\ \bar{V}_1 = \bar{V}_2 + \bar{I}_{12} \cdot \bar{Z}_\Pi &\Rightarrow \quad \bar{V}_1 = \bar{V}_2 + \left(\bar{I}_2 + \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{Y}_\Pi}{2} \right) \cdot \bar{Z}_\Pi \\ \bar{V}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \left(1 + \frac{\bar{Y}_\Pi}{2} \cdot \bar{Z}_\Pi \right) + \bar{I}_2 \cdot \bar{Z}_\Pi\end{aligned}\tag{3.2}$$

Izjednači li se koeficijente jednažbi (3.1) i (3.2), dobije se sljedeći izraz:

$$\begin{aligned}\bar{Z}_\Pi &= \bar{Z}_c \bar{I}_2 \operatorname{sh} \gamma \ell \\ 1 + \frac{\bar{Y}_\Pi}{2} \cdot \bar{Z}_\Pi &= 1 + \frac{\bar{Y}_\Pi}{2} \cdot \bar{Z}_c \operatorname{ch} \gamma \ell = \operatorname{ch} \gamma \ell\end{aligned}\tag{3.3}$$

Analogno jednažbama (3.3) dolazi se do veličine elemenata nadomjesne sheme koje se traže:

$$\begin{aligned}\bar{Z}_\Pi = \bar{Z}_c \operatorname{sh} \gamma \ell &\Rightarrow \quad \bar{Z}_\Pi = \bar{Z}_c \cdot \left(\frac{e^{+\gamma \ell} - e^{-\gamma \ell}}{2} \right) \\ \frac{\bar{Y}_\Pi}{2} = \frac{1}{\bar{Z}_c} \cdot \frac{\operatorname{ch} \gamma \ell - 1}{\operatorname{sh} \gamma \ell} &\Rightarrow \quad \frac{\bar{Y}_\Pi}{2} = \frac{1}{\bar{Z}_c} \cdot \frac{\left(\frac{e^{+\gamma \ell} + e^{-\gamma \ell}}{2} \right) - 1}{\left(\frac{e^{+\gamma \ell} - e^{-\gamma \ell}}{2} \right)}\end{aligned}\tag{3.4}$$

Karakteristična impedancija \bar{Z}_c i valna konstanta tj. konstanta prodiranja γ su izvedeni iz impedancije uzdužne grane \bar{Z}_Π i admitancije poprečne grane \bar{Y}_Π [19].

3.1.1. Korekcijski oblici π modela voda

Koristeći se karakterističnu impedanciju \bar{Z}_c u izrazu (2.2) i (2.22), uz uvjet da je impedancija $\bar{Z} = \bar{Z}_1 \cdot \ell$, dobije se:

$$\bar{Z}_c = \sqrt{\frac{\bar{Z}}{\bar{Y}}} = \frac{\bar{Z}}{\Theta} = \frac{\bar{Z}}{\frac{\Theta}{2}}\tag{3.5}$$

Uzme li se karakterističnu admitanciju $\frac{1}{\bar{Z}_c}$ u izrazu (2.2) i (2.22), uz uvjet da je admitancija $\bar{Y} = \bar{Y}_1 \cdot \ell$, dobije se:

$$\frac{1}{\bar{Z}_c} = \frac{\bar{Y}}{\Theta} = \frac{\frac{\bar{Y}}{2}}{\frac{\Theta}{2}} \quad (3.6)$$

Uzevši u obzir uvjet da je konstanta prodiranja $\Theta = \sqrt{\bar{Z} \cdot \bar{Y}}$, dobije se:

$$\frac{ch \gamma \ell - 1}{sh \gamma \ell} = th \frac{\Theta}{2} \quad (3.7)$$

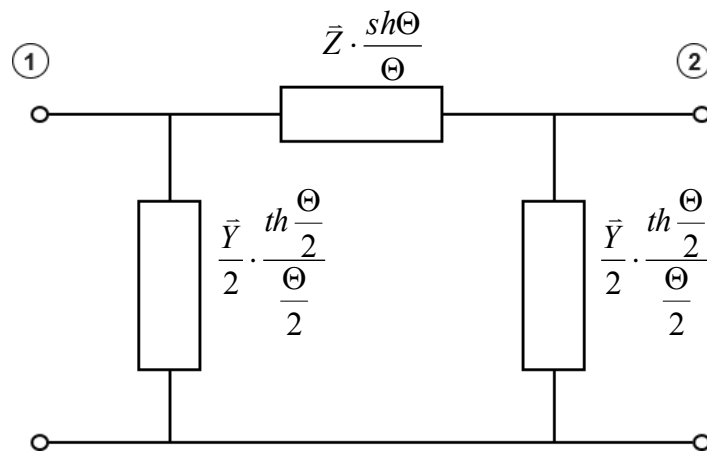
Uvrsti li se izraz (3.5) u (3.4), dobije se:

$$\bar{Z}_{\Pi} = \bar{Z}_c sh \gamma \ell = \bar{Z} \cdot \frac{sh \Theta}{\Theta} \Rightarrow \bar{Z}_{\Pi} = \bar{Z} \cdot \frac{e^{+\Theta} - e^{-\Theta}}{2\Theta} \quad (3.8)$$

Uvrstivši izraz (3.6) u (3.4), dobije se:

$$\frac{\bar{Y}_{\Pi}}{2} = \frac{1}{\bar{Z}_c} \cdot \frac{ch \gamma \ell - 1}{sh \gamma \ell} = \frac{\frac{\bar{Y}}{2}}{\frac{\Theta}{2}} \cdot \frac{ch \Theta - 1}{sh \Theta} = \frac{\bar{Y}}{2} \cdot \frac{th \Theta/2}{\Theta/2} \quad (3.9)$$

Dobivši jednadžbe (3.8) te (3.9) dolazi se do shematskog modela s koncentriranim parametrima slika 3.2.:



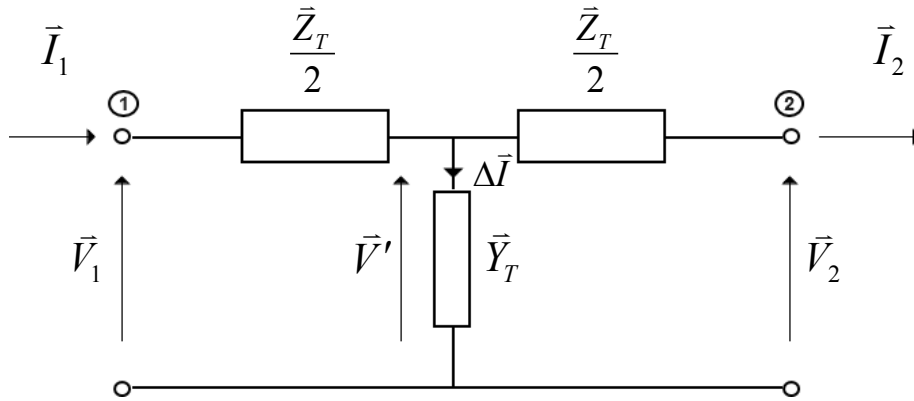
Slika 3.2. Točan nadomjesni Π model voda

3.2. Točan T model voda

Koristi li se struju na početku voda Π_b oblika prijenosnih jednadžbi (2.21) uz jednakost $x = \ell$ dolazi se do izraza:

$$\vec{I}_1 = \vec{I}_2 \operatorname{ch} \gamma \ell + \vec{V}_2 \cdot \frac{1}{\vec{Z}_c} \operatorname{sh} \gamma \ell \quad (3.10)$$

Jednu te istu struju mora se dobiti računajući četveropolom, koristeći sliku 3.3.:



Slika 3.3. Točan jednofazni T model voda

Gdje je:

\vec{Z}_T impedancija uzdužne grane,

\vec{Y}_T admitancija poprečne grane.

Uz pomoć slike 3.3. dobiva se izraz za struju I_1 na početku voda:

$$\begin{aligned} \vec{V}' &= \vec{V}_2 + \vec{I}_2 \cdot \frac{\vec{Z}_T}{2} \\ \Delta \vec{I} &= \vec{V}' \cdot \vec{Y}_T \Rightarrow \Delta \vec{I} = \left(\vec{V}_2 + \vec{I}_2 \cdot \frac{\vec{Z}_T}{2} \right) \cdot \vec{Y}_T \\ \vec{I}_1 &= \vec{I}_2 + \Delta \vec{I} \Rightarrow \vec{I}_1 = \vec{I}_2 + \vec{V}_2 \cdot \vec{Y}_T + \vec{I}_2 \cdot \frac{\vec{Z}_T}{2} \cdot \vec{Y}_T \\ \vec{I}_1 &= \vec{I}_2 \cdot \left(1 + \frac{\vec{Z}_T}{2} \cdot \vec{Y}_T \right) + \vec{V}_2 \cdot \vec{Y}_T \end{aligned} \quad (3.11)$$

Izjednači li se koeficijente jednadžbi (3.10) i (3.11), dobije se sljedeći izraz:

$$\bar{Y}_T = \frac{1}{\bar{Z}_c} sh \gamma \ell$$

$$1 + \frac{\bar{Z}_T}{2} \cdot \bar{Y}_T = 1 + \frac{\bar{Z}_T}{2} \cdot \frac{1}{\bar{Z}_c} sh \gamma \ell = ch \gamma \ell$$
(3.12)

Analogno jednadžbama (3.12) dolazi se do veličine elemenata nadomjesne sheme koja se traže:

$$\bar{Y}_T = \frac{1}{\bar{Z}_c} sh \gamma \ell \Rightarrow \bar{Y}_T = \frac{1}{\bar{Z}_c} \cdot \left(\frac{e^{+\gamma \ell} - e^{-\gamma \ell}}{2} \right)$$

$$\frac{\bar{Z}_T}{2} = \bar{Z}_c \cdot \frac{ch \gamma \ell - 1}{sh \gamma \ell} \Rightarrow \frac{\bar{Z}_T}{2} = \bar{Z}_c \cdot \frac{\left(\frac{e^{+\gamma \ell} + e^{-\gamma \ell}}{2} \right) - 1}{\left(\frac{e^{+\gamma \ell} - e^{-\gamma \ell}}{2} \right)}$$
(3.13)

Impedancija uzdužne grane \bar{Z}_T i admitancija poprečne grane \bar{Y}_T izvedene su iz jediničnih konstanti voda [19].

3.2.1. Korekcijski oblici T modela voda

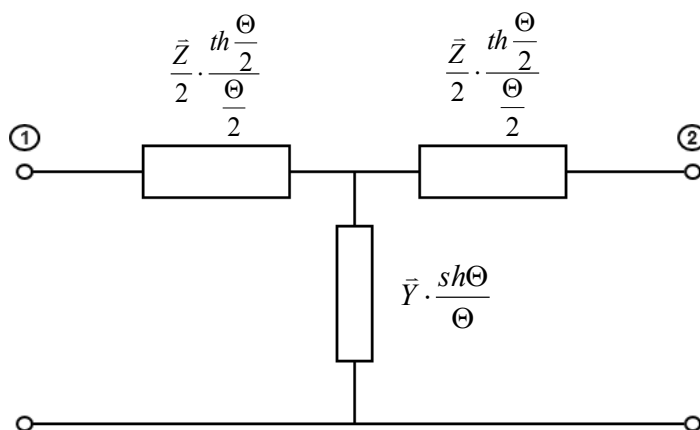
Uvrsti li se izraz (3.5) u (3.13), dobije se:

$$\bar{Y}_T = \frac{1}{\bar{Z}_c} sh \gamma \ell = \bar{Y} \cdot \frac{sh \Theta}{\Theta} \Rightarrow \bar{Y}_T = \bar{Y} \cdot \frac{e^{+\Theta} - e^{-\Theta}}{2\Theta}$$
(3.14)

Uvrsti li se izraz (3.6) u (3.13), dobije se:

$$\frac{\bar{Z}_T}{2} = \bar{Z}_c \cdot \frac{ch \gamma \ell - 1}{sh \gamma \ell} = \frac{\bar{Z}}{\Theta/2} \cdot \frac{ch \Theta - 1}{sh \Theta} = \frac{\bar{Z}}{2} \cdot \frac{th \Theta/2}{\Theta/2}$$
(3.15)

Dobivši jednađbe (3.14) te (3.15) dolazi se do shematskog modela s koncentriranim parametrima slika 3.4.:



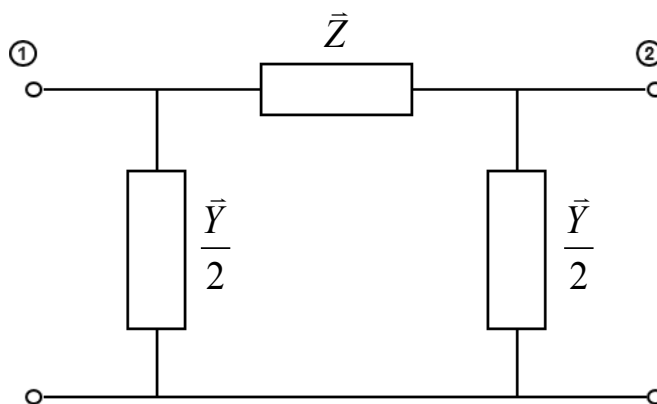
Slika 3.4. Točan nadomjesni T model voda

3.3. Približan π i T model voda

Veličine elemenata približnog π modela voda:

$$\bar{Z}_{\Pi} = \bar{Z} = \bar{Z}_1 \cdot \ell \quad [\Omega] \tag{3.16}$$

$$\frac{\bar{Y}_{\Pi}}{2} = \frac{\bar{Y}}{2} = \frac{\bar{Y}_1}{2} \cdot \ell \quad [S]$$

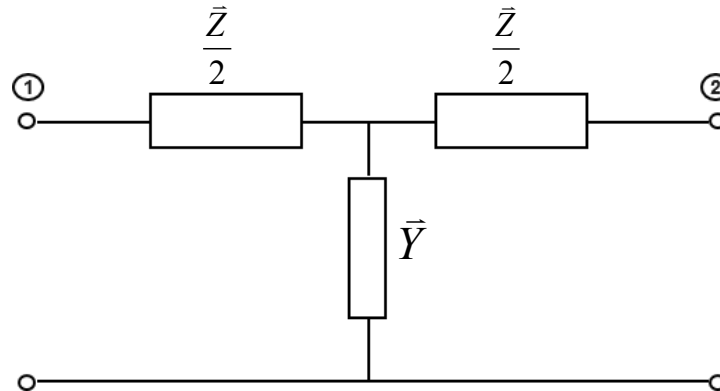


Slika 3.5. Približan jednofazni Π model voda

Veličine elemenata približnog T modela voda:

$$\vec{Y}_T = \vec{Y} = \vec{Y}_1 \cdot \ell \text{ [S]} \quad (3.17)$$

$$\frac{\vec{Z}_T}{2} = \frac{\vec{Z}}{2} = \frac{\vec{Z}_1}{2} \cdot \ell \text{ [\Omega]}$$



Slika 3.6. Približan jednofazni T model voda

Kod kraćih vodova duljine $\ell < 200 \text{ km}$ se zanemaruje korekcijske faktore $\frac{sh \Theta}{\Theta}$ i $\frac{th \Theta/2}{\Theta/2}$, kao što je vidljivo na slikama 3.5. te 3.6., gdje greška Δ ne prelazi 0,5%. Zanemaruju se jer su približno jednaki jedan:

$$sh \Theta \approx \Theta, \quad ch \Theta \approx 1, \quad th \Theta \approx \Theta \quad (3.18)$$

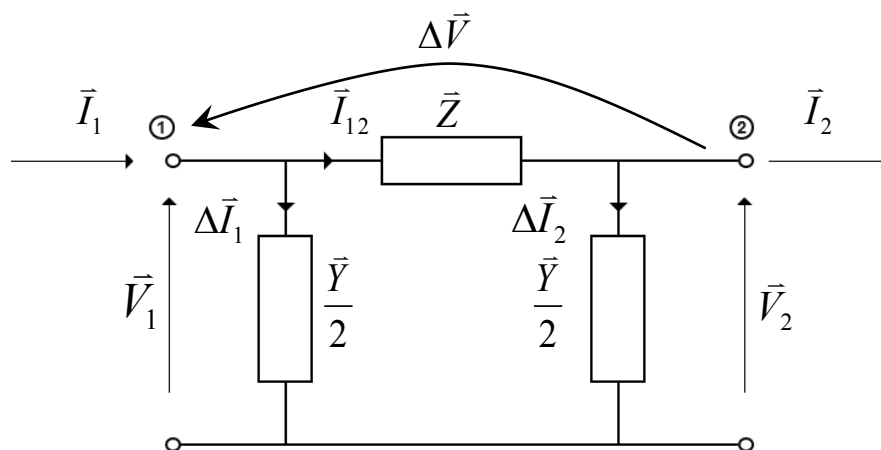
$$\frac{sh \Theta}{\Theta} \approx 1 \quad (3.19)$$

$$\frac{th \Theta/2}{\Theta/2} \approx 1$$

4. PRORAČUN PRIJENOSA POMOĆU π I T MODELA VODA

4.1. Proračun prijenosa pomoću π modela voda

U proračunu prijenosa pomoću π modela voda prikazati će se, uz pomoć slike 4.1. dvije prilike na vodu.



Slika 4.1. Struje i naponi Π modela voda

Jedna od prilika na vodu je, ako su zadane prilike na početku voda linijski napon U_l , trofazna djelatna snaga P_l i trofazna jalova snaga Q_l . Struju na početku voda \bar{I}_1 dobiti će se pomoću prividne snage na ulazu \bar{S}_1 . Fazni napon \bar{V}_1 dobije se tako da se linijski napon U_l podijeli sa $\sqrt{3}$.

$$\bar{S}_1 = P_l + jQ_l = 3 \cdot \bar{V}_1 \cdot \bar{I}_1^* \Rightarrow \bar{I}_1 = \frac{P_l - jQ_l}{3 \cdot \bar{V}_1} = \frac{\bar{S}_1^*}{3 \cdot \bar{V}_1} \quad (4.1)$$

Proračun izgleda ovako:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{I}_1 &= \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{Y}}{2} \\ \bar{I}_{12} &= \bar{I}_1 - \Delta \bar{I}_1 \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_2 &= \bar{V}_1 - \Delta \bar{V} = \bar{V}_1 - \bar{I}_{12} \cdot \bar{Z} \\ \Delta \bar{I}_2 &= \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{Y}}{2} \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_{12} - \Delta \bar{I}_2$$

Pretpostavi se da se radi o induktivnoj jalovoj snazi na početku voda Q_l . Vektorski dijagram prikazan je na slici 4.2. Na slikama 4.2., 4.3., 4.5. i 4.6. vrijednosti rezistancije R i konduktancije G namjerno su prenaplašene, radi bolje preglednosti vektorskog prikaza.

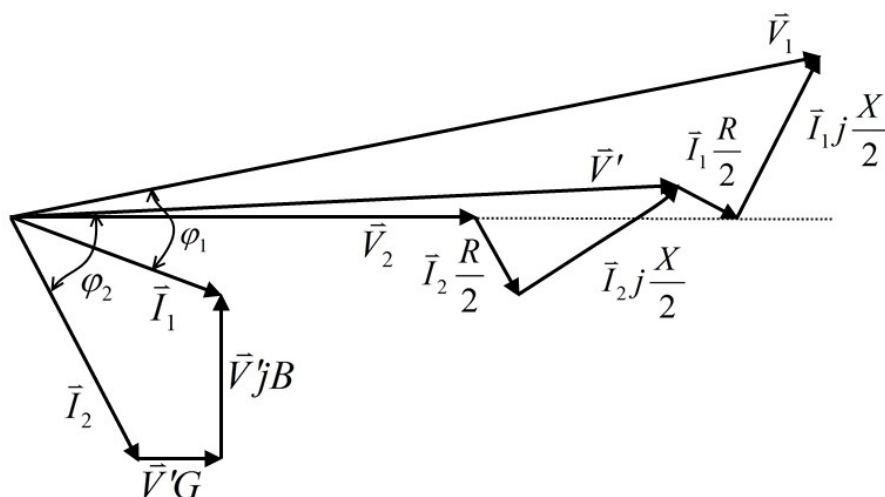
Proračun pomoću kojih se dobiva struja I_1 i fazni napon V_1 na početku voda, izgleda ovako:

$$\begin{aligned}\vec{V}' &= \vec{V}_2 + \Delta\vec{V}_2 \\ \vec{V}' &= \vec{V}_2 + \vec{I}_2 \cdot \frac{\vec{Z}}{2}\end{aligned}\tag{4.11}$$

$$\begin{aligned}\Delta\vec{I} &= \vec{V}' \cdot \vec{Y} \\ \vec{I}_1 &= \vec{I}_2 + \Delta\vec{I}\end{aligned}\tag{4.12}$$

$$\vec{V}_1 = \vec{V}' + \Delta\vec{V}_1 = \vec{V}' + \vec{I}_1 \cdot \frac{\vec{Z}}{2}$$

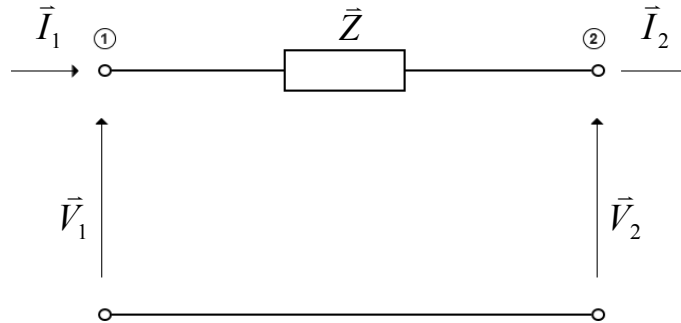
Pretpostavi se da se radi o induktivnoj jalovoj snazi na kraju voda Q_2 . Vektorski dijagram prikazan je na slici 4.6.



Slika 4.6. Vektorski dijagram na kraju voda za zadane prilike

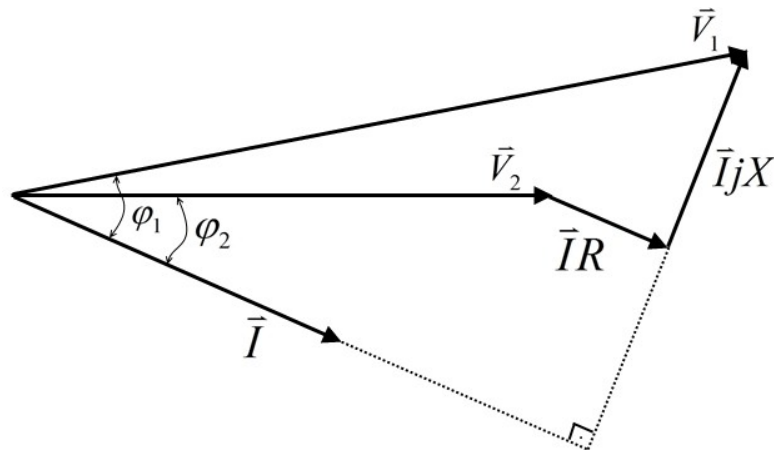
4.3. Proračun prijenosa kod vodova srednjeg napona

$$\begin{aligned} \vec{I} &= \vec{I}_1 = \vec{I}_2 \\ \vec{V}_1 &= \vec{V}_2 + \vec{I} \cdot \vec{Z} \\ \vec{Z} &= R + jX \end{aligned} \tag{4.13}$$



Slika 4.7. Približan nadomjesni model voda srednjeg napona

Vektorski dijagram struje i napona prikazan je na slici 4.8.:

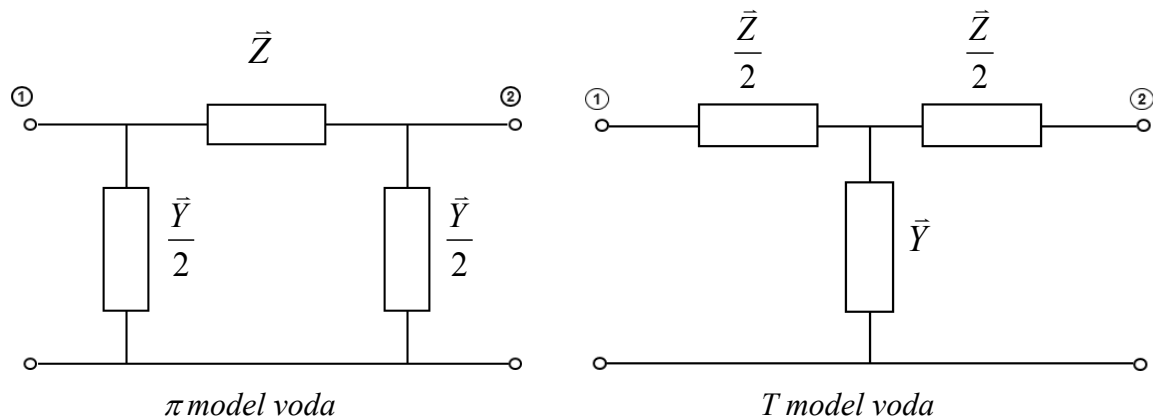


Slika 4.8. Vektorski dijagram struje i napona kod voda srednjeg napona

5. ANALIZA VODOVA RAZLIČITIH NAPONSKIH NIVOVA POMOĆU TOČNOG I PRIBLIŽNOG π MODELA

U *poglavlju 3.3*, spominje se zanemarivanje za korekcijske faktore $\frac{sh\Theta}{\Theta}$ i $\frac{th\Theta/2}{\Theta/2}$, kod kraćih vodova duljine $\ell < 200 \text{ km}$. U ovom poglavlju se govori o tome što se zanemaruje na različitim udaljenostima elektroenergetskih vodova na različitim naponskim razinama.

5.1. Vodovi vrlo visokog napona



Slika 5.1. Približni nadomjesni modeli voda

Uz pomoć slike 5.1. kod π modela voda, dobiva se sljedeće izraze:

$$\bar{Z} = R + jX = R + j\omega L = R + j2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \quad (5.1)$$

$$\frac{\bar{Y}}{2} = \frac{G}{2} + j\frac{B}{2} = \frac{G}{2} + j\frac{\omega C}{2} = \frac{G}{2} + j\frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}{2} \quad (5.2)$$

Gdje je: \bar{Z} impedancija tj. uzdužni prividni otpor,

\bar{Y} admitancija tj. poprečna prividna vodljivost,

X reaktancija tj. uzdužni induktivni otpor,

G konduktancija ili odvod voda,

B susceptancija tj. poprečna kapacitivna vodljivost.

Odnosno kod T modela voda:

$$\frac{\bar{Z}}{2} = \frac{R}{2} + j\frac{X}{2} = \frac{R}{2} + j\frac{\omega L}{2} = \frac{R}{2} + j\frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}{2} \quad (5.3)$$

$$\bar{Y} = G + jB = G + j\omega C = G + j2 \cdot \pi \cdot f \cdot C \quad (5.4)$$

5.1.1. Primjer proračuna približnog i točnog π modela voda kod vrlo visokog napona

Kod nadzemnog elektroenergetskog voda vrlo visokog napona uzet je nazivni napon **400 kV**. Zbog lakše usporedbe, izračun je prikazan tabličnim i grafičkim prikazom.

Valja napomenuti da se izračunata impedancija \bar{Z} te admitancija \bar{Y} elektroenergetskog voda dobiva u kompleksnom broju, pošto je kut isti zbog istih zadanih jediničnih vrijednosti, zanemaruje se. Zbog istog kuta uzima se modul impedancije $|Z|$, π - modul impedancije $|Z_{\pi}|$, admitancije $|Y|$ te π - modul admitancije $|Y_{\pi}|$ elektroenergetskog voda, izračunatih impedancija \bar{Z} i admitancija \bar{Y} elektroenergetskog voda, pomoću kojih se dobiva linearni graf.

$$R = R_1 \cdot \ell, \quad X_1 = \omega L_1 = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1, \quad X = X_1 \cdot \ell, \quad |Z| = \sqrt{(\text{Re})^2 + (\text{Im})^2} \quad (5.5)$$

$$G = G_1 \cdot \ell, \quad B_1 = \omega C_1 = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_1, \quad B = B_1 \cdot \ell, \quad |Y| = \sqrt{(\text{Re})^2 + (\text{Im})^2} \quad (5.6)$$

- Približan π - model voda

Računajući s približnim π modelom voda, duljina voda mijenja se svakih 20 km. Uz pomoć izraza (5.1), (5.2), (5.5) i (5.6) te slike 5.1., izračuna se impedancija \bar{Z} i admitancija \bar{Y} elektroenergetskog voda, ako su zadani sljedeći podaci:

- jedinični otpor $R_1 = 0,01 \Omega/\text{km}$;
- jedinični induktivitet $L_1 = 1,7 \text{ mH}/\text{km}$;
- jedinični kapacitet $C_1 = 8,5 \text{ nF}/\text{km}$;
- jedinični odvod $G_1 = 80 \text{ nS}/\text{km}$.

Ako je duljina voda 100 km slijedi:

$$R = 0,01 \Omega/\text{km} \cdot 100 \text{ km} = 1 \Omega, \quad X_1 = 2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ H}/\text{km} = 0,53407 \Omega/\text{km},$$

$$X = 0,53407 \Omega/\text{km} \cdot 100 \text{ km} = 53,40708 \Omega,$$

$$\bar{Z} = 1 + j53,40708 \Omega = 53,41644 \angle 88,92731^\circ \Omega,$$

$$|Z| = \sqrt{(\text{Re})^2 + (\text{Im})^2} = 53,41644123 \Omega,$$

$$G = 80 \cdot 10^{-9} \text{ S}/\text{km} \cdot 100 \text{ km} = 0,8 \cdot 10^{-5} \text{ S},$$

$$B_1 = 2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 8,5 \cdot 10^{-9} \text{ F}/\text{km} = 0,26703 \cdot 10^{-5} \text{ S}/\text{km},$$

$$B = 2,670354 \cdot 10^{-6} \text{ S}/\text{km} \cdot 100 \text{ km} = 26,70537 \cdot 10^{-5} \text{ S},$$

$$\frac{\bar{Y}}{2} = \frac{0,8 \cdot 10^{-5}}{2} + j \frac{26,70537 \cdot 10^{-5}}{2} \text{ S} = 0,4 \cdot 10^{-5} + j13,35268 \cdot 10^{-5} \text{ S} ,$$

$$|Y| = \sqrt{(\text{Re})^2 + (\text{Im})^2} = 1,335866996 \cdot 10^{-4} \text{ S} = 13,35866996 \cdot 10^{-5} \text{ S} .$$

Dobiveni rezultati prikazani su u tablici 5.1. analogno tablici grafički prikaz, prikazan je na slikama 5.2. i 5.3.

Tablica 5.1. Rezultati približnog π modela voda kod nazivnog napona 400 kV

	R/ Ω	X/ Ω	Z / Ω	G[$\cdot 10^{-5}$ S]	B[$\cdot 10^{-5}$ S]	Y [$\cdot 10^{-5}$ S]
100km	1	53,40708	53,41644	0,8	26,70537	13,35867
120km	1,2	64,08852	64,09975	0,96	32,04424	16,02931
140km	1,4	74,76994	74,78305	1,12	37,38495	18,70086
160km	1,6	85,45136	85,46634	1,28	42,72566	21,37241
180km	1,8	96,13278	96,14963	1,44	48,06636	24,04396
200km	2	106,81414	106,83286	1,6	53,40707	26,71552

- **Točan π - model voda**

Računajući s točnim π modelom voda, duljina voda mijenja se svakih 20 km. Uz pomoć izraza (5.1), (5.2), (5.5) i (5.6) te slike 5.1., izračuna se π - impedancije \bar{Z}_{π} i π - admitancije \bar{Y}_{π} elektroenergetskog voda, ako su zadani sljedeći podaci:

- jedinični otpor **$R_1 = 0,01 \Omega/\text{km}$** ;
- jedinični induktivitet **$L_1 = 1,7 \text{ mH}/\text{km}$** ;
- jedinični kapacitet **$C_1 = 8,5 \text{ nF}/\text{km}$** ;
- jedinični odvod **$G_1 = 80 \text{ nS}/\text{km}$** .

Ako je duljina voda 100 km slijedi:

$$R = 0,01 \Omega/\text{km} \cdot 100 \text{ km} = 1 \Omega, \quad X_1 = 2 \cdot \pi \cdot 50\text{Hz} \cdot 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ H}/\text{km} = 0,53407 \Omega/\text{km},$$

$$X = 0,53407 \Omega/\text{km} \cdot 100 \text{ km} = 53,40708 \Omega,$$

$$\bar{Z} = 1 + j53,40708 \Omega = 53,41644 \angle 88,92731^\circ \Omega,$$

$$\bar{\Theta} = \gamma \cdot \ell = (2,906842466 \cdot 10^{-5} + j1,194237334 \cdot 10^{-3}) \cdot 100 = 0,002907 + j0,119237 ,$$

$$sh \bar{\Theta} = \frac{e^{0,002907} - e^{-0,002907}}{2} \cdot \cos(0,119237) + j \left[\left(\frac{e^{0,002907} + e^{-0,002907}}{2} \right) \cdot \sin(0,119237) \right]$$

$$sh \bar{\Theta} = 2,886363456 \cdot 10^{-3} + j0,1189551621,$$

$$\bar{Z}_{\Pi} = Z \cdot \frac{sh \bar{\Theta}}{\bar{\Theta}} = 0,991471584 + j53,280808 \Omega,$$

$$|Z_{\Pi}| = \sqrt{(\text{Re})^2 + (\text{Im})^2} = 53,29003206 \Omega,$$

$$G = 80 \cdot 10^{-9} S / km \cdot 100 km = 0,8 \cdot 10^{-5} S,$$

$$B_1 = 2 \cdot \pi \cdot 50 Hz \cdot 8,5 \cdot 10^{-9} F / km = 0,26703 \cdot 10^{-5} S / km,$$

$$B = 2,670354 \cdot 10^{-6} S / km \cdot 100 km = 26,70537 \cdot 10^{-5} S,$$

$$\frac{\bar{Y}}{2} = \frac{0,8 \cdot 10^{-5}}{2} + j \frac{26,70537 \cdot 10^{-5}}{2} S = 0,4 \cdot 10^{-5} + j13,35268 \cdot 10^{-5} S,$$

$$\bar{\Theta} = 0,002907 + j0,119237 \Rightarrow \frac{\bar{\Theta}}{2} = 0,001454 + j0,059619,$$

$$sh \bar{\Theta} = \frac{e^{0,002907} - e^{-0,002907}}{2} \cdot \cos(0,119237) + j \left[\left(\frac{e^{0,002907} + e^{-0,002907}}{2} \right) \cdot \sin(0,119237) \right]$$

$$sh \bar{\Theta} = 2,886363456 \cdot 10^{-3} + j0,1189551621,$$

$$ch \bar{\Theta} = \frac{e^{0,002907} + e^{-0,002907}}{2} \cdot \cos(0,119237) + j \left[\left(\frac{e^{0,002907} - e^{-0,002907}}{2} \right) \cdot \sin(0,119237) \right]$$

$$ch \bar{\Theta} = 0,9929038826 + j3,458016823 \cdot 10^{-4},$$

$$\tanh \frac{\bar{\Theta}}{2} = \frac{ch \bar{\Theta} - 1}{sh \bar{\Theta}} = 1,45868646 \cdot 10^{-3} + j0,05968910931,$$

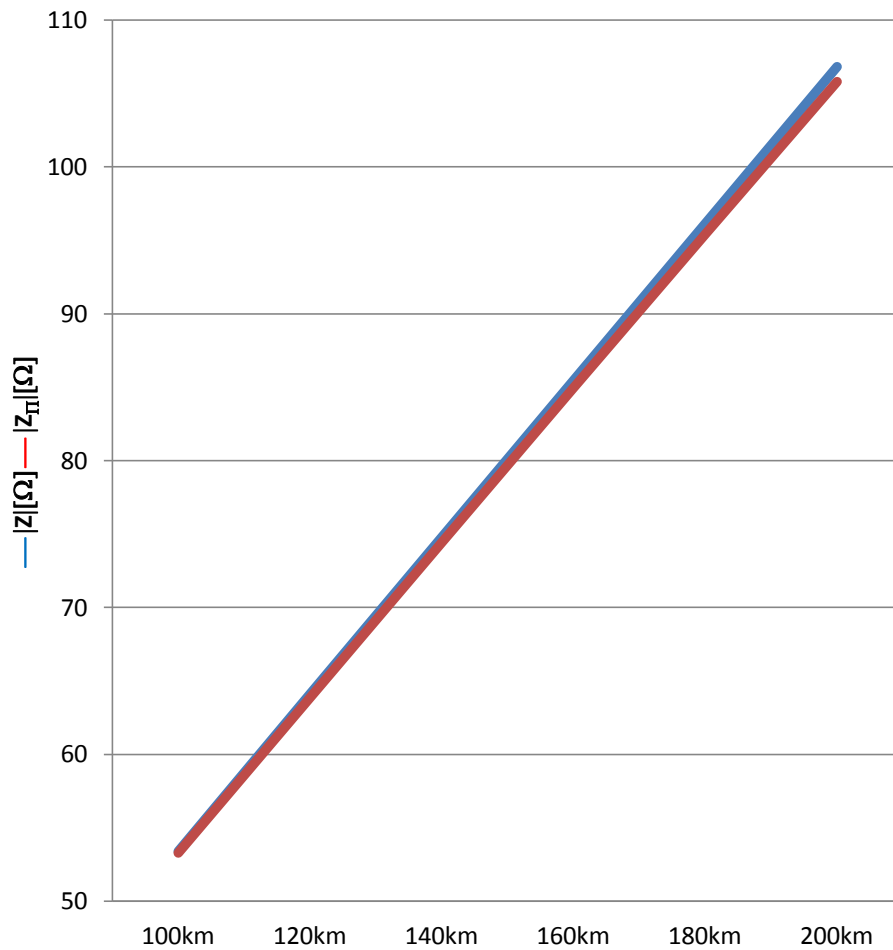
$$\frac{\bar{Y}_{\Pi}}{2} = \frac{\bar{Y}}{2} \cdot \frac{\tanh \frac{\bar{\Theta}}{2}}{\frac{\bar{\Theta}}{2}} = 4,011371371 \cdot 10^{-6} + j1,336837845 \cdot 10^{-4} S,$$

$$|Y_{\Pi}| = \sqrt{(\text{Re})^2 + (\text{Im})^2} = 1,337439544 \cdot 10^{-4} S = 13,37439544 \cdot 10^{-5} S.$$

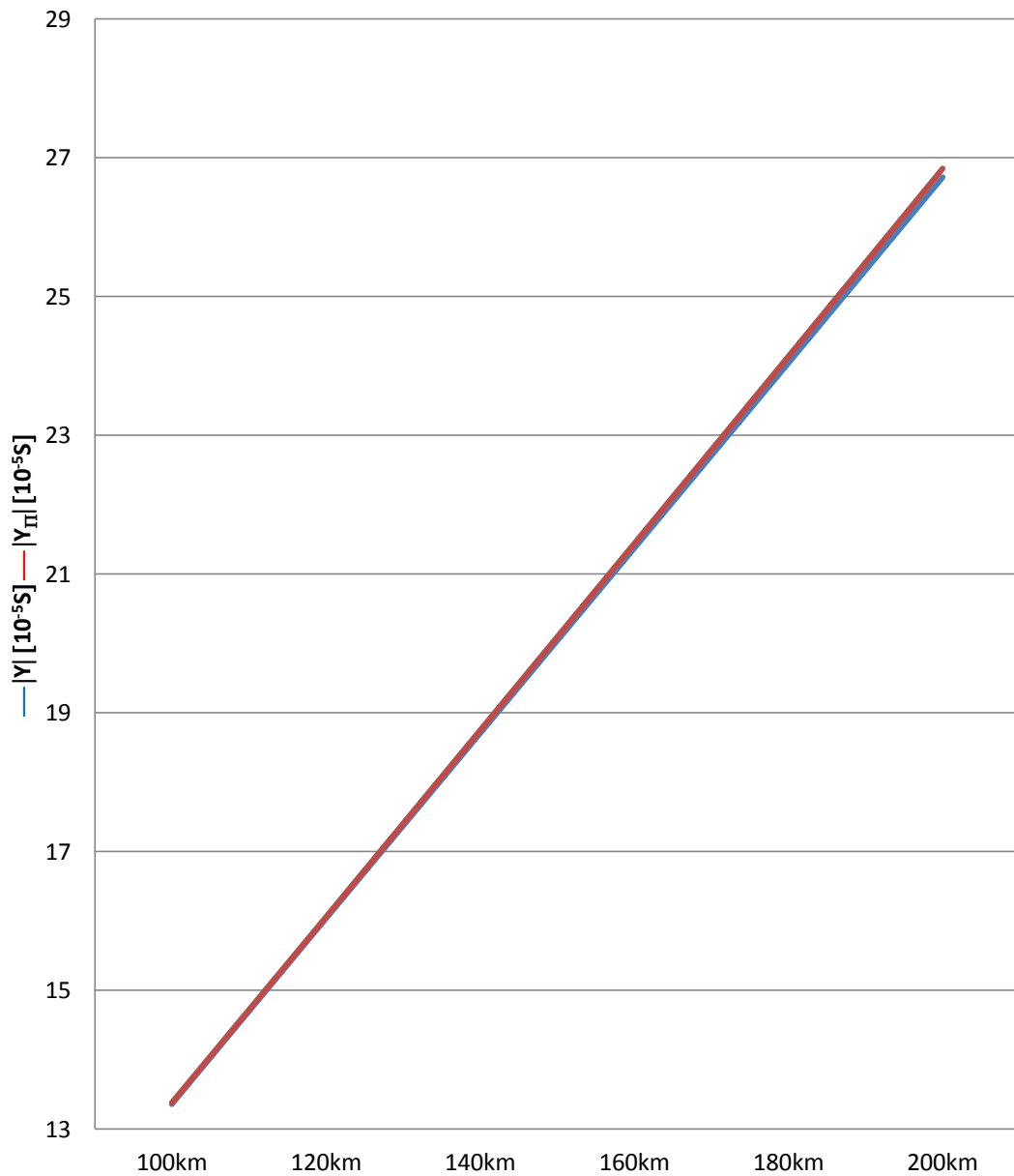
Dobiveni rezultati prikazani su u tablici 5.2., analogno tome grafički prikaz (slike 5.2. i 5.3.) dokazuje da su s porastom duljine voda impedancije \bar{Z} , π - impedancije \bar{Z}_{Π} , admitancije \bar{Y} te π - admitancije \bar{Y}_{Π} elektroenergetskog voda **linearne**.

Tablica 5.2. Rezultati π - modul impedancije $|Z_{\pi}|$ i π - modul admitancije $|Y_{\pi}|$ elektroenergetskog voda točnog π modela voda kod vrlo visokog napona

	R/ Ω	X/ Ω	$ Z_{\pi} /\Omega$	G $[\cdot 10^{-5}S]$	B $[\cdot 10^{-5}S]$	$ Y_{\pi} [\cdot 10^{-5}S]$
100km	1	53,40708	53,290032	0,8	26,70537	13,37439544
120km	1,2	64,08852	63,880704	0,96	32,04424	16,05678151
140km	1,4	74,76994	74,435331	1,12	37,38495	18,74451715
160km	1,6	85,45136	84,947521	1,28	42,72566	21,4376407
180km	1,8	96,13278	95,411281	1,44	48,06636	24,13692405
200km	2	106,81414	105,82059	1,6	53,40707	26,84317768



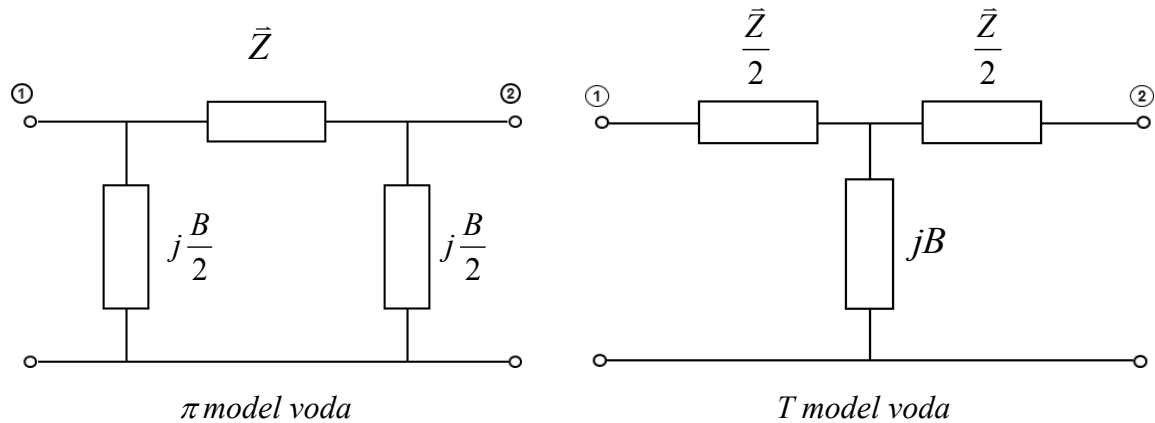
Slika 5.2. Dijagram modul impedancije $|Z|$ i π - modul impedancije $|Z_{\pi}|$ dobivene tablicama 5.1. i 5.2. kod nazivnog napona 400 kV



Slika 5.3. Grafički prikaz duljine voda, modul admitancije $|Y|$ te π - modul admitancije $|Y_{\pi}|$ kod nazivnog napona 400 kV dobiven tablicama 5.1. i 5.2.

Analogno primjeru na nazivnom naponu od **400 kV**, računaju se proračuni na nazivnim naponima **220 kV** te **110 kV** za približan i točan π - model elektroenergetskog voda.

5.2. Vodovi visokog napona



Slika 5.4. Približni nadomjesni modeli voda

Uz pomoć slike 5.4. kod π modela voda, dobiva se sljedeći izraz:

$$\bar{Z} = R + jX = R + j\omega L = R + j2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \quad (5.7)$$

Uz uvjet da je konduktancija odnosno djelatni odvod voda $G \approx \infty$, tada vrijedi:

$$\frac{\bar{Y}}{2} = j\frac{B}{2} = j\frac{\omega C}{2} = j\frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}{2} \quad (5.8)$$

Gdje je: \bar{Z} impedancija (uzdužni prividni otpor),

R rezistancija (uzdužni djelatni otpor),

X reaktancija (uzdužni induktivni otpor),

\bar{Y} admitancija (poprečna prividna vodljivost),

B susceptancija (poprečna kapacitivna vodljivost).

Odnosno kod T modela voda:

$$\frac{\bar{Z}}{2} = \frac{R}{2} + j\frac{X}{2} = \frac{R}{2} + j\frac{\omega L}{2} = \frac{R}{2} + j\frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}{2} \quad (5.9)$$

$$\bar{Y} = jB = j\omega C = j2 \cdot \pi \cdot f \cdot C \quad (5.10)$$

5.2.1. Primjer proračuna približnog i točnog π modela voda kod visokog napona

Kod nadzemnog elektroenergetskog voda visokog napona uzeti su nazivni naponi **220 kV** i **110 kV**. Svaki nazivni napon računa se zasebno, analogno tome svaki je izračun prikazan tabličnim i grafičkim prikazom.

Valja napomenuti da se izračunata impedancija \bar{Z} te admitancija \bar{Y} elektroenergetskog voda dobiva u kompleksnom broju, pošto je kut isti zbog istih zadanih jediničnih vrijednosti, zanemaruje se. Zbog istog kuta uzima se modul impedancije $|Z|$, π - modul impedancije $|Z_{\pi}|$, admitancije $|Y|$ te π - modul admitancije $|Y_{\pi}|$ elektroenergetskog voda, izračunatih impedancija \bar{Z} i admitancija \bar{Y} elektroenergetskog voda, pomoću kojih se dobiva linearni graf.

$$R = R_1 \cdot \ell, \quad X_1 = \omega L_1 = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1, \quad X = X_1 \cdot \ell, \quad |Z| = \sqrt{(\text{Re})^2 + (\text{Im})^2} \quad (5.11)$$

$$B_1 = \omega C_1 = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_1, \quad B = B_1 \cdot \ell, \quad |Y| = \sqrt{(\text{Im})^2} = \text{Im} \quad (5.12)$$

- Približan π - model voda

U prvom dijelu proračuna uzet je nazivni napon od **220 kV**. Računajući s približnim π modelom voda, duljina voda za navedeni nazivni napon mijenja se svakih 20 km. Uz pomoć izraza (5.7), (5.8), (5.11) i (5.12) te slike 5.4., izračuna se impedancija \bar{Z} odnosno admitancija \bar{Y} elektroenergetskog voda, ako su zadani sljedeći podaci:

- jedinični otpor **$R_1 = 0,06 \Omega/\text{km}$** ;
- jedinični induktivitet **$L_1 = 1,5 \text{ mH}/\text{km}$** ;
- jedinični kapacitet **$C_1 = 9 \text{ nF}/\text{km}$** .

Dobiveni rezultati prikazani su u tablici 5.3. analogno tablici grafički prikaz, prikazan je na slikama 5.5. i 5.6.

Tablica 5.3. Iznosi modul impedancija $|Z|$ i modul admitancija $|Y|$ nazivnog napona 220 kV kod približnog π modela voda

	R/ Ω	X/ Ω	$ Z /\Omega$	B $[\cdot 10^{-5}S]$	$ Y [\cdot 10^{-5}S]$
100km	6	47,12389	47,50433	28,27433	14,13716
120km	7,2	56,54867	57,00519	33,9292008	16,9646004
140km	8,4	65,97345	66,50606	39,58407	19,79204
160km	9,6	75,39822	76,00692	45,23893	22,61947
180km	10,8	84,823002	85,50779	50,893801	25,4469005
200km	12	94,24778	95,00865	56,54867	28,27434

- **Točan π - model voda**

U drugom dijelu proračuna uzet je nazivni napon od **220 kV**. Računajući s točnim π modelom voda, duljina voda za navedeni nazivni napon mijenja se svakih 20 km. Uz pomoć izraza (5.7), (5.8), (5.11) i (5.12) te slike 5.4., izračuna se π - impedancije \bar{Z}_{Π} odnosno π - admitancije \bar{Y}_{Π} elektroenergetskog voda, ako su zadani sljedeći podaci:

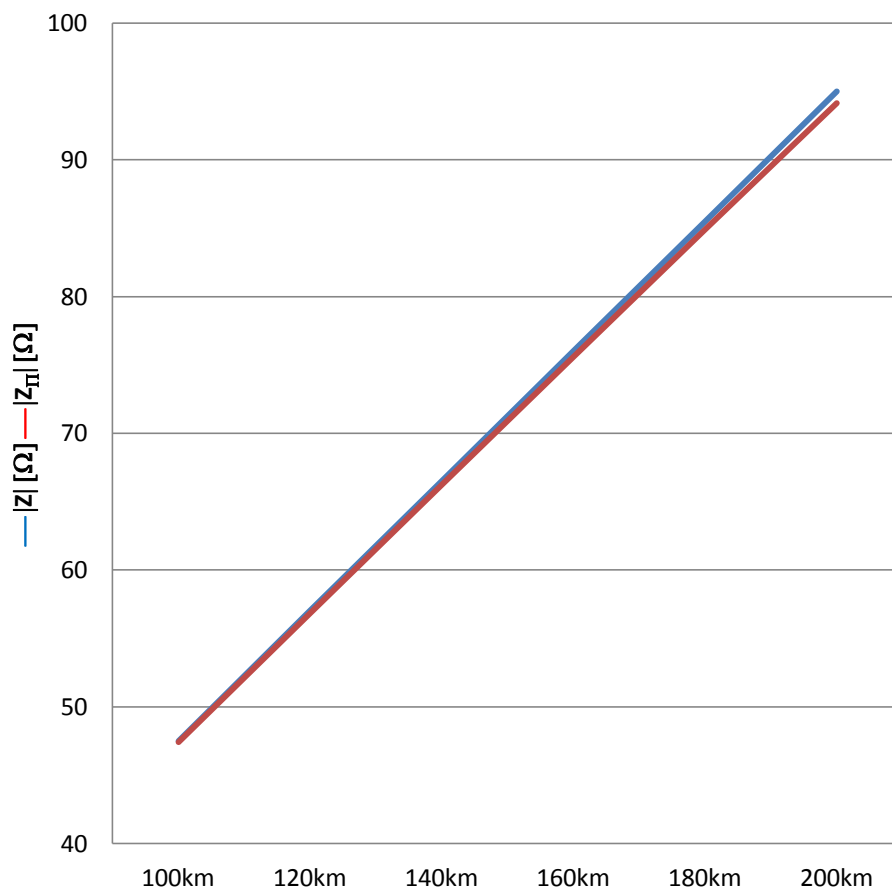
- jedinični otpor **$R_1 = 0,06 \Omega/\text{km}$** ;
- jedinični induktivitet **$L_1 = 1,5 \text{ mH}/\text{km}$** ;
- jedinični kapacitet **$C_1 = 9 \text{ nF}/\text{km}$** .

Dobiveni rezultati prikazani su u tablici 5.4., analogno tome grafički prikaz (slike 5.5. i 5.6.) dokazuje da su s porastom duljine voda impedancije \bar{Z} , π - impedancije \bar{Z}_{Π} , admitancije \bar{Y} te π - admitancije \bar{Y}_{Π} elektroenergetskog voda **linearne**.

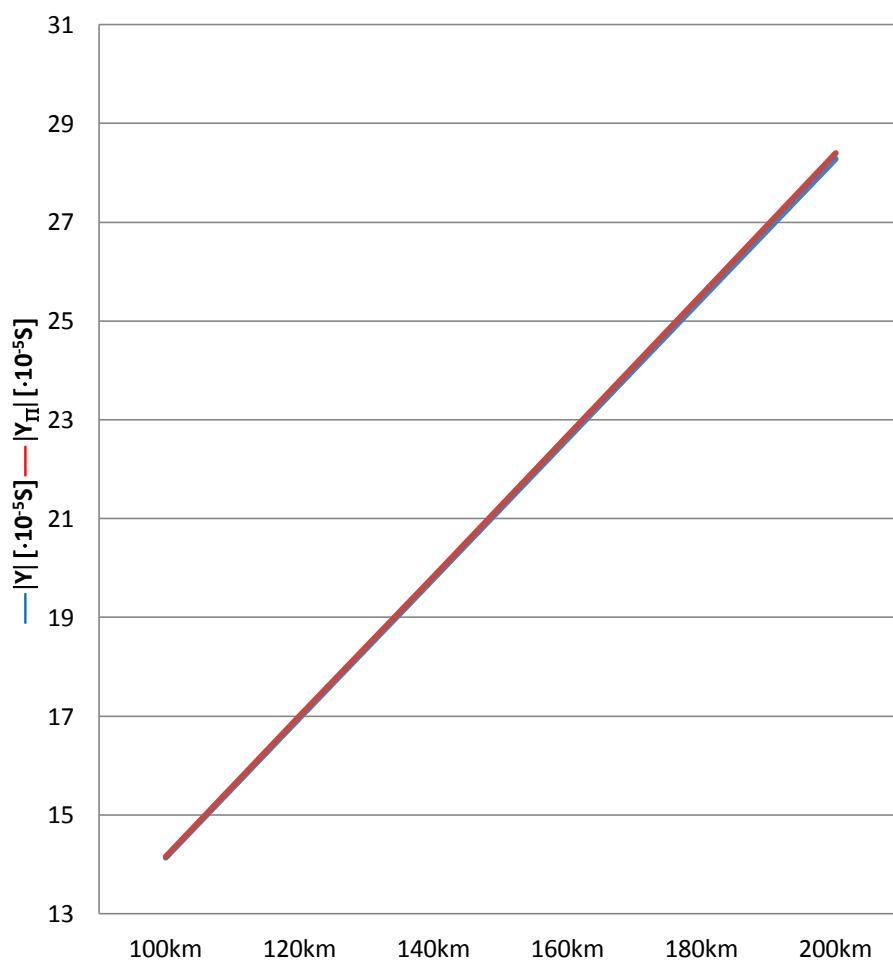
Dobiveni rezultati prikazani su u tablici 5.4.

Tablica 5.4. Rezultati π - modul impedancije $|Z_{\pi}|$ te π - modul admitancije $|Y_{\pi}|$ točnog π modela voda kod nazivnog napona 220 kV

	R/ Ω	X/ Ω	$ Z_{\pi} /\Omega$	B $[\cdot 10^{-5}S]$	$ Y_{\pi} [\cdot 10^{-5}S]$
100km	6	47,12389	47,41606	28,27433	14,1528777
120km	7,2	56,54867	56,82308	33,9292008	17,0048199
140km	8,4	65,97345	66,21698	39,58407	19,8352239
160km	9,6	75,39822	75,57557	45,23893	22,6839829
180km	10,8	84,823002	84,89390	50,893801	25,5388381
200km	12	94,24778	94,16699	56,54867	28,4005814



Slika 5.5. Grafički prikaz modul impedancije $|Z|$ i π - modul impedancije $|Z_{\pi}|$ u ovisnosti sa duljinom voda ℓ kod nazivnog napona 220 kV pomoću tablica 5.3 i 5.4.



Slika 5.6. Karakteristike duljine voda ℓ , modul admitancije $|Y|$ i π - modul admitancije $|Y_{\pi}|$ pomoću tablica 5.3 i 5.4. kod nazivnog napona 220 kV

- **Približan π - model voda**

U trećem dijelu proračuna uzet je nazivni napon od **110 kV**. Računajući s približnim π modelom voda, duljina voda za navedeni nazivni napon mijenja se svakih 20 km. Uz pomoć izraza (5.7), (5.8), (5.11) i (5.12) te slike 5.4., izračuna se impedancija \bar{Z} odnosno admitancija \bar{Y} elektroenergetskog voda, ako su zadani sljedeći podaci:

- jedinični otpor $R_1 = 0,12 \Omega/\text{km}$;
- jedinični induktivitet $L_1 = 1,3 \text{ mH}/\text{km}$;
- jedinični kapacitet $C_1 = 9,5 \text{ nF}/\text{km}$.

Dobiveni rezultati prikazani su u tablici 5.5. analogno tablici grafički prikaz, prikazan je na slikama 5.7. i 5.8.

Tablica 5.5. Dobiveni rezultati modul impedancije $|Z|$ te modul admitancije $|Y|$ nazivnog napona 110 kV kod približnog π modela voda

	R/ Ω	X/ Ω	$ Z /\Omega$	B[$\cdot 10^{-5}$ S]	$ Y [\cdot 10^{-5}$ S]
60km	7,2	24,50442	25,54029	17,90708	8,95354
80km	9,6	32,67256	34,05372	23,876104	11,93805
100km	12	40,84071	42,56717	29,84513	14,92257
120km	14,4	49,00885	51,08059	35,81416	17,90708
140km	16,8	57,17699	59,59403	41,78318	20,89159
160km	19,2	65,34513	68,10746	47,75221	23,876105

- **Točan π - model voda**

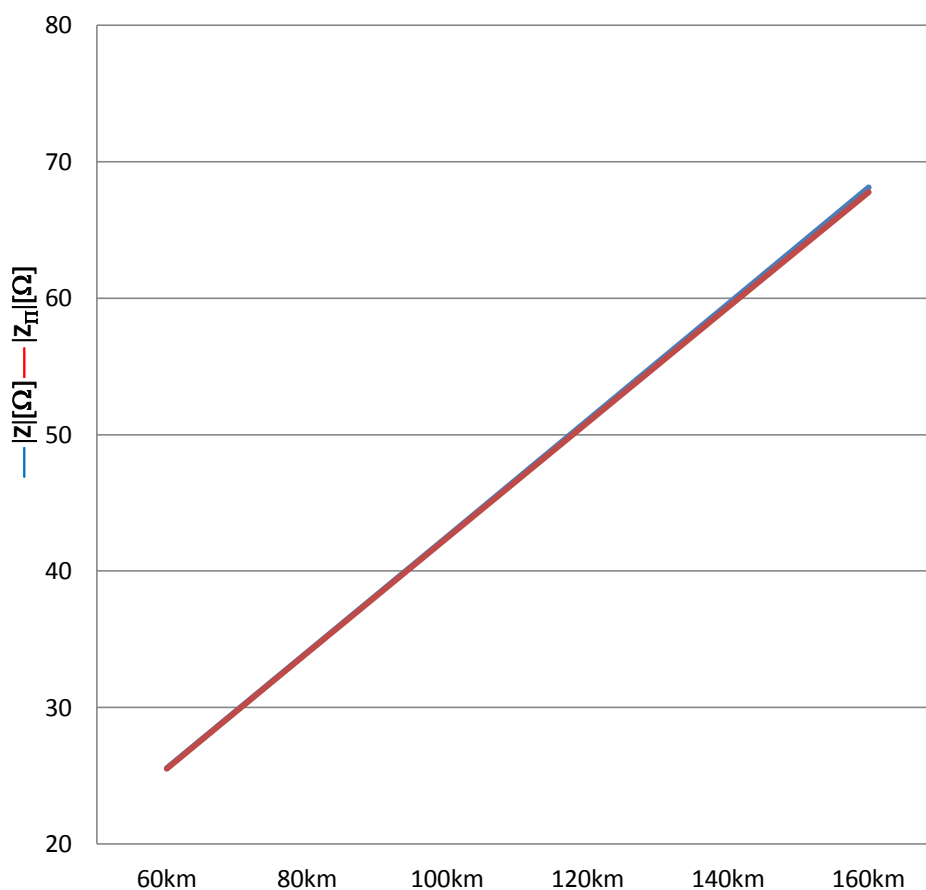
U četvrtom dijelu proračuna uzet je nazivni napon od **110 kV**. Računajući s točnim π modelom voda, duljina voda za navedeni nazivni napon mijenja se svakih 20 km. Uz pomoć izraza (5.7), (5.8), (5.11) i (5.12) te slike 5.4., izračuna se π - impedancije \bar{Z}_{π} odnosno π - admitancije \bar{Y}_{π} elektroenergetskog voda, ako su zadani sljedeći podaci:

- jedinični otpor $R_1 = 0,12 \Omega/\text{km}$;
- jedinični induktivitet $L_1 = 1,3 \text{ mH}/\text{km}$;
- jedinični kapacitet $C_1 = 9,5 \text{ nF}/\text{km}$.

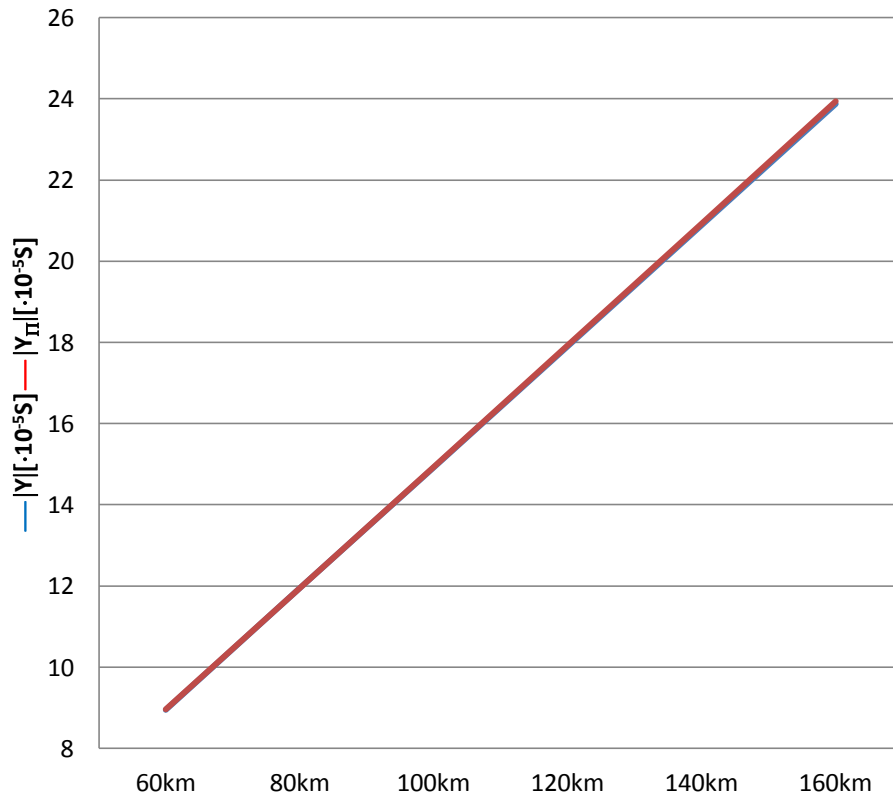
Dobiveni rezultati prikazani su u tablici 5.6., analogno tome karakteristike (slike 5.7. i 5.8.) dokazuju da su s porastom duljine voda impedancije \bar{Z} , π - impedancije \bar{Z}_{π} , admitancije \bar{Y} te π - admitancije \bar{Y}_{π} elektroenergetskog voda **linearne**.

Tablica 5.6. Dobiveni iznosi rezistancije R , reaktancije X , π - modul impedancije $|Z_{\pi}|$, susceptancije B te π - modul admitancije $|Y_{\pi}|$ nazivnog napona 110 kV kod točnog π modela voda

	R/Ω	X/Ω	$ Z_{\pi} /\Omega$	$B[\cdot 10^{-5}S]$	$ Y_{\pi} [\cdot 10^{-5}S]$
60km	7,2	24,50442	25,52162	17,90708	8,95615287
80km	9,6	32,67256	34,00947	23,876104	11,9458163
100km	12	40,84071	42,48075	29,84513	14,9377451
120km	14,4	49,00885	50,93131	35,81416	17,9333159
140km	16,8	57,17699	59,35704	41,78318	20,9332769
160km	19,2	65,34513	67,75384	47,75221	23,9383749

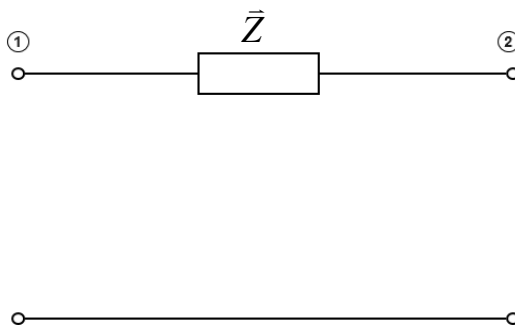


Slika 5.7. Karakteristika modul impedancije $|Z|$ i π - modul impedancije $|Z_{\pi}|$ u ovisnosti s duljinom voda l iz tablica 5.5 i 5.6. kod nazivnog napona 110 kV



Slika 5.8. Grafički prikaz duljine voda l u ovisnosti o modul admitancije $|Y|$ i π - modul admitancije $|Y_{\pi}|$ kod nazivnog napona 110 kV iz tablica 5.5 i 5.6.

5.3. Vodovi srednjeg napona



Slika 5.9. Približan nadomjesni model voda srednjeg napona

Uz pomoć slike 5.9. kod π modela voda, dobiva se sljedeći izraz:

$$\vec{Z} = R + jX = R + j\omega L = R + j2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \quad (5.13)$$

Gdje je:

\vec{Z} impedancija tj. uzdužni prividni otpor,

X reaktancija tj. uzdužni induktivni otpor.

Uz uvjet da je poprečna kapacitivna vodljivost (susceptancija) $B \approx \infty$, pa se samim time zanemaruje i poprečna prividna vodljivost (admitancija) $\bar{Y} \approx \infty$.

Odnosno kod T modela voda slijedi izraz:

$$\frac{\bar{Z}}{2} = \frac{R}{2} + j \frac{X}{2} = \frac{R}{2} + j \frac{\omega L}{2} = \frac{R}{2} + j \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}{2} \quad (5.14)$$

5.3.1. Primjer proračuna približnog π modela voda kod srednjeg napona

Kod nadzemnog elektroenergetskog voda srednjeg napona uzeti su nazivni naponi **35, 20 i 10 kV**. Svaki nazivni napon računa se zasebno, analogno tome svaki je izračun prikazan tabličnim i grafičkim prikazom.

Valja napomenuti da se izračunata impedancija \bar{Z} elektroenergetskog voda dobiva u kompleksnom broju, pošto je kut isti zbog istih zadanih jediničnih vrijednosti, zanemaruje se. Zbog istog kuta uzima se modul impedancije $|Z|$ elektroenergetskog voda, izračunatih impedancija \bar{Z} elektroenergetskog voda, pomoću kojih se dobiva linearni graf.

$$R = R_1 \cdot \ell, \quad X_1 = \omega L_1 = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1, \quad X = X_1 \cdot \ell, \quad |Z| = \sqrt{(\text{Re})^2 + (\text{Im})^2} \quad (5.15)$$

- **Približan π -model voda**

U prvom dijelu proračuna uzet je nazivni napon od **35 kV**. Računajući s približnim π modelom voda, duljina voda za navedeni nazivni napon mijenja se svakih 10 km. Uz pomoć izraza (5.13) i (5.15) te slike 5.9., izračuna se impedancija \bar{Z} elektroenergetskog voda, ako su zadani sljedeći podaci:

- jedinični otpor **$R_1 = 0,2 \Omega/\text{km}$** ;
- jedinični induktivitet **$L_1 = 1,2 \text{ mH}/\text{km}$** .

Ako je duljina voda 10 km slijedi:

$$R = 0,2 \Omega/km \cdot 10 km = 2 \Omega,$$

$$X = 0,53407 \Omega/km \cdot 10 km = 3,769911184 \Omega,$$

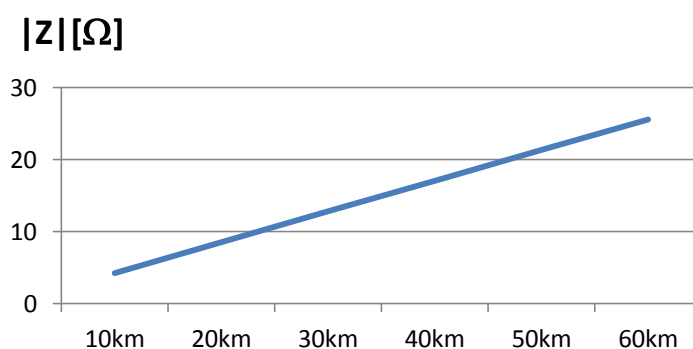
$$\bar{Z} = 2 + j3,769911184 \Omega = 4,267578978 \angle 1,083034619^\circ \Omega,$$

$$|Z_{\Pi}| = \sqrt{(\text{Re})^2 + (\text{Im})^2} = 4,267578978 \Omega .$$

Dobiveni rezultati prikazani su u tablici 5.7., analogno tome grafički prikaz (slika 5.10.) dokazuje da je s porastom duljine impedancije \bar{Z} elektroenergetskog voda **linearan**.

Tablica 5.7. Rezultati rezistancije R , reaktancije X i modul impedancije $|Z|$ /približnog π modela voda kod nazivnog napona 35 kV

	R/ Ω	X/ Ω	Z / Ω
10km	2	3,76991	4,26758
20km	4	7,53982	8,53516
30km	6	11,30973	12,80273
40km	8	15,07964	17,07031
50km	10	18,84956	21,33789
60km	12	22,61947	25,60548



Slika 5.10. Grafički prikaz modul impedancije $|Z|$ u ovisnosti sa duljinom voda ℓ kod nazivnog napona 35 kV

Analogno primjeru na nazivnom naponu od **35 kV**, računaju se proračuni na nazivnim naponima **20 kV** te **10 kV** za približan π - model elektroenergetskog voda.

- Približan π - model voda

U drugom dijelu proračuna uzet je nazivni napon od **20 kV**. Računajući s približnim π modelom voda, duljina voda za navedeni nazivni napon mijenja se svakih 10 km. Uz pomoć izraza (5.13) i (5.15) te slike 5.9., izračuna se impedancija \bar{Z} elektroenergetskog voda, ako su zadani sljedeći podaci:

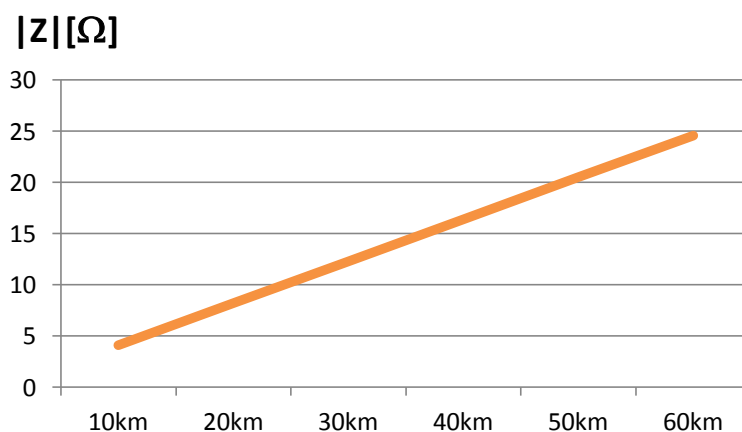
- jedinični otpor $R_1 = 0,22 \Omega/\text{km}$;

- jedinični induktivitet $L_1 = 1,1 \text{ mH}/\text{km}$;

Dobiveni rezultati prikazani su u tablici 5.8. analogno tome grafički prikaz (slika 5.11.) dokazuje da je s porastom duljine impedancije \bar{Z} elektroenergetskog voda **linearan**.

Tablica 5.8. Dobiveni iznosi modul impedancije $|Z|$ približnog π modela voda kod nazivnog napona 20 kV

	R/ Ω	X/ Ω	Z / Ω
10km	2,2	3,45575	4,09661
20km	4,4	6,911504	8,19322
30km	6,6	10,36726	12,28984
40km	8,8	13,82301	16,38645
50km	11	17,27876	20,48306
60km	13,2	20,73451	24,57966



Slika 5.11. Karakteristika duljine voda ℓ u ovisnosti sa modul impedancijama $|Z|$ nazivnog napona 20 kV kod približnog π modela voda

- Približan π - model voda

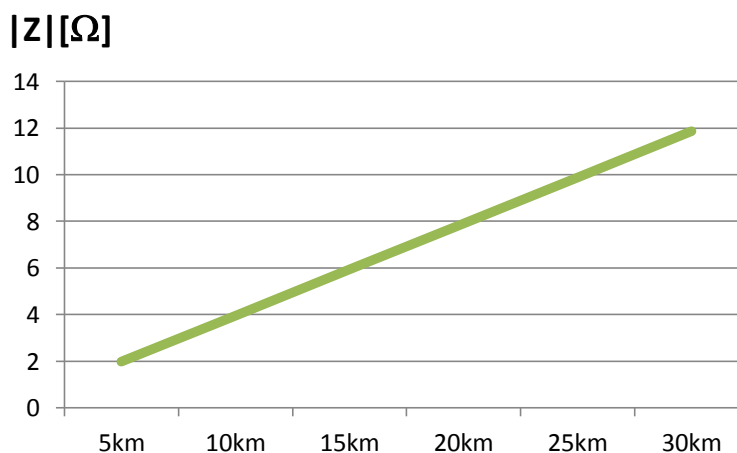
U trećem dijelu proračuna uzet je nazivni napon od **10 kV**. Računajući s približnim π - modelom voda, duljina voda za navedeni nazivni napon mijenja se svakih 5 km. Uz pomoć izraza (5.13) i (5.15) te slike 5.9., izračuna se impedancija \vec{Z} elektroenergetskog voda, ako su zadani sljedeći podaci:

- jedinični otpor $R_1 = 0,24 \Omega/\text{km}$;
- jedinični induktivitet $L_1 = 1,0 \text{ mH}/\text{km}$;

Dobiveni rezultati prikazani su u tablici 5.9. analogno tome grafički prikaz (slika 5.12.) dokazuje da je s porastom duljine impedancije \vec{Z} elektroenergetskog voda **linearan**.

Tablica 5.9. Dobiveni rezultati rezistancija R , reaktancija X te modul impedancija $|Z|$ približnog π modela voda kod nazivnog napona 10 kV

	R/Ω	X/Ω	$ Z /\Omega$
5km	1,2	1,57079	1,97671
10km	2,4	3,14159	3,95343
15km	3,6	4,71239	5,93014
20km	4,8	6,28319	7,90686
25km	6	7,85398	9,88357
30km	7,2	9,42478	11,86029



Slika 5.12. Grafički prikaz duljine voda ℓ u ovisnosti sa modul impedancijama $|Z|$ približnog π modela voda kod nazivnog napona 10 kV

5.4. Izračun napona i struja na početku i na kraju voda

Pretpostavi se da je napon na početku ili na kraju voda jednak nazivnom naponu. Snaga na početku ili na kraju voda uzima se ovisno o nazivnom naponu.

Proračuni su raspodijeljeni tako da se analizira i uspoređuju približan i točan π - model elektroenergetskog voda kod vrlo visokog napona, nazivnog napona **400 kV** te srednjeg napona, nazivnog napona **20 kV**. Zbog preglednosti i bolje analize uzeta je **induktivna** (npr. $S = 100 + j10MVA$) te **kapacitivna** (npr. $S = 100 - j10MVA$) **prividna snaga S** , kada je **zadan samo čisti radni teret djelatne snage P** , a **poslije postepeno se povećava jalovi dio prividne snage S** , sve dok se ne dobije čistu jalovu snagu Q .

Za svaku takvu analizu uzima se prividna snaga S_2 kada je zadana na kraju elektroenergetskog voda, a potom i prividna snaga S_1 kada je zadana na početku elektroenergetskog voda ako je duljina voda **160 km** za **400 kV**, odnosno **20 km** za **20 kV** sa istim vrijednostima jediničnog otpora R_l , jediničnog induktiviteta L_l , jediničnog kapaciteta C_l , te jediničnog odvoda G_l kao u poglavlju 5.1.1.

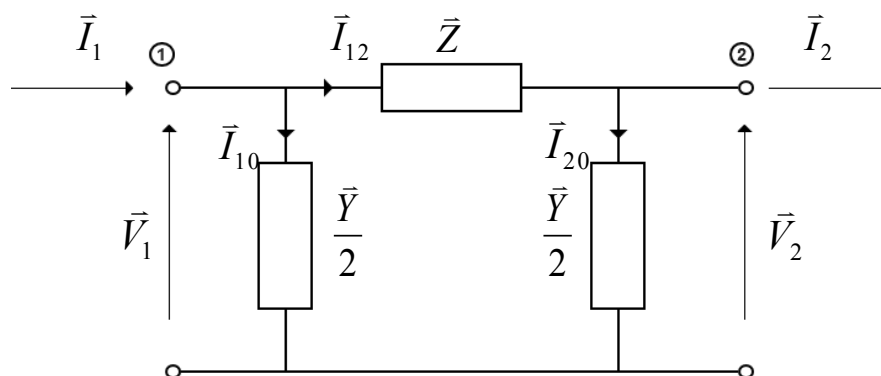
Kod srednjeg napona, nazivnog napona **20 kV** nije uzeta analiza s točnim π - model elektroenergetskog voda zbog toga što su gotovo jednaki iznosi prividne snage S kao i s približnim π - model elektroenergetskog voda, pa se ne izračunavaju.

5.4.1. Analiza približnog i točnog π - modela voda kod vrlo visokog napona te zadanom induktivnom snagom na kraju voda

- **Približan π - model voda**

Primjenom približnog π - modela elektroenergetskog voda, određuje se napon i struju na početku voda ako su podaci na kraju voda:

- nazivni napon $U_2 = 400 \text{ kV}$
- duljina voda $l = 160 \text{ km}$
- induktivna snaga na kraju voda od $S_2 = 100 + j0 \text{ MVA}$ do $S_2 = 0 + j100 \text{ MVA}$



Slika 5.13. Struje i naponi približnog Π - modela voda

Uz pomoć slike 5.13. dobiva se izraze za izračun struja i napona približnog π - modela elektroenergetskog voda, te prividnu snagu na početku elektroenergetskog voda S_1 .

Ako je zadana prividna snaga na kraju voda $S_2 = 100 + j0$ MVA slijedi:

$$V_2 = \frac{U_2}{\sqrt{3}} = 230940,1077 \text{ V} = 230,9401077 \text{ kV} ,$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{S}_2^*}{\sqrt{3} \cdot \bar{U}_2^*} = 144,33757 \text{ A} ,$$

$$\bar{I}_{20} = \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{Y}}{2} \Rightarrow \bar{I}_{12} = \bar{I}_2 + \bar{I}_{20} = 145,8155867 + j49,335343 \text{ A} ,$$

$$\Delta \bar{V} = 3982,465243 - j12539,07091 \text{ V} = 3,982465 - j12,539071 \text{ kV} ,$$

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (\bar{I}_{12}) \cdot \bar{Z} = 226957,6425 + j12539,07091 \text{ V} ,$$

$$\bar{U}_1 = \bar{V}_1 \cdot \sqrt{3} = 393,102168 + j21,718308 \text{ kV} ,$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{12} + (\bar{V}_1) \cdot \left(\frac{\bar{Y}}{2} \right) = 144,5894152 + j97,9001684 \text{ A} ,$$

$$\bar{S}_1 = \sqrt{3} \cdot \bar{U}_1 \cdot \bar{I}_1^* = 102,12975 - j61,218523 \text{ MVA} ,$$

$$\Delta \bar{S} = \bar{S}_1 - \bar{S}_2 = 2,12965 - j61,218523 \text{ MVA} .$$

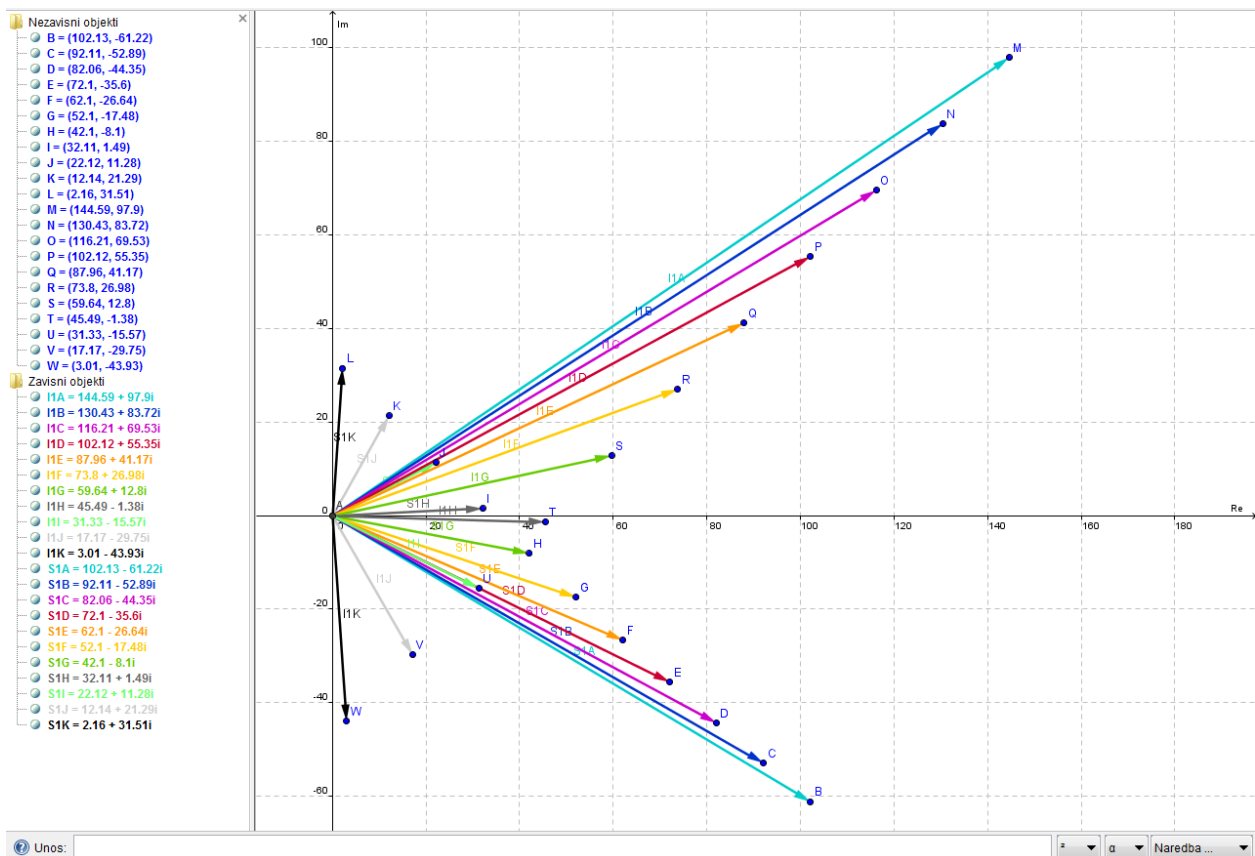
Na isti se način izračunava i ostali dio proračuna.

Dobiveni rezultati prikazani su u tablicama 5.10 i 5.11.

Tablica 5.10. Rezultati struja I_1 , fazni naponi V_1 te prividne snage S_1 na početku voda, ako su zadani parametri induktivne prividne snage S_2 na kraju voda i duljine voda ℓ od 160 km približnog π modela voda kod nazivnog napona 400 kV

S_2/MVA	I_1/A	V_1/kV	S_1/MVA
100+j0	144,58942+j97,900168	226,95764+j12,539071	102,12975-j61,21852
90+j10	130,43182+j83,716919	228,16793+j11,282593	92,11471-j52,889722
80+j20	116,21233+j69,533624	229,37812+j10,020728	82,06003-j44,354879
70+j30	102,116637+j55,35043	230,58851+j8,7696379	72,09679-j35,602942
60+j40	87,959045+j41,167181	231,79880+j7,5131603	62,09429-j26,644958
50+j50	73,801450+j26,983942	233,00909+j6,2566825	52,09572-j17,477254
40+j60	59,643865+j12,800692	234,21938+j5,0002055	42,10127-j8,0998158
30+j70	45,486270-j1,3825541	235,42967+j3,7437276	32,11093+j1,487347
20+j80	31,328826-j15,565796	236,63996+j2,4872629	22,12481+j11,28424
10+j90	17,171090-j29,749046	237,85025+j1,2307728	12,14260+j21,29085
0+j100	3,013495-j43,9322951	239,06054-j0,02570509	2,164611+j31,50720

Vektorski dijagram (slika 5.14.) opisuje ovisnost prividne snage S_1 na početku elektroenergetskog voda i pripadajuće joj struje I_1 na početku voda približnog π modela voda po vrijednostima iz tablice 5.10.



Slika 5.14. Vektorski dijagram struja I_1 i prividnih snaga S_1 na početku voda, ako su zadani parametri induktivne prividne snage S_2 na kraju voda približnog π modela voda kod nazivnog napona 400 kV

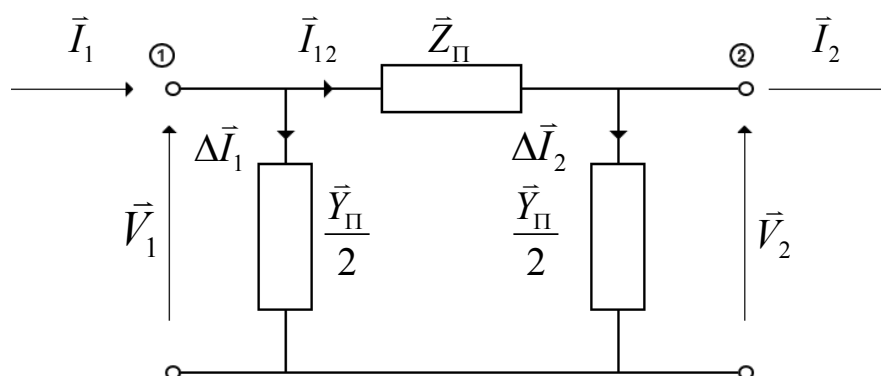
Tablica 5.11. Gubici faznog napona ΔV i prividne snage ΔS , ako su zadani parametri prividne snage S_2 na kraju voda i duljine voda ℓ od 160 km nazivnog napona 400 kV kod približnog π modela voda

S_2/MVA	$\Delta V/\text{kV}$	$\Delta S/\text{MVA}$	
100+j0	3,98247-j12,53907	2,12965-j61,21852	61,255552 \angle -1,536023°
90+j10	2,77218-j11,282593	2,11470802-j62,88972	62,925264 \angle -1,537183°
80+j20	1,56199-j10,020729	2,06003046-j64,35488	64,387843 \angle -1,538797°
70+j30	0,35159-j8,7696379	2,0969793-j65,602942	65,636448 \angle -1,538842°
60+j40	-0,85869-j7,5131603	2,0942906-j66,644958	66,677856 \angle -1,539382°
50+j50	-2,06898-j6,2566825	2,0957163-j67,477254	67,509791 \angle -1,539748°
40+j60	-3,27927-j5,0002055	2,1012657-j68,099816	68,132226 \angle -1,539950°
30+j70	-4,48956-j3,7437276	2,1109251-j68,512653	68,545165 \angle -1,539995°
20+j80	-5,69985-j2,48726288	2,1248076-j68,715763	68,748606 \angle -1,539884°
10+j90	-6,91014-j1,23077278	2,1442601-j68,709145	68,742596 \angle -1,539599°
0+j100	-8,120431+j0,0257058	2,1646114-j68,492798	68,526994 \angle -1,539203°

- Točan π - model voda

Primjenom točnog π - modela elektroenergetskog voda, određuje se napon i struju na početku voda ako su podaci na kraju voda:

- nazivni napon $U_2 = 400 \text{ kV}$
- duljina voda $l = 160 \text{ km}$
- induktivna snaga na kraju voda od $S_2 = 100 + j0 \text{ MVA}$ do $S_2 = 0 + j100 \text{ MVA}$



Slika 5.15. Struje i naponi točnog jednofaznog Π - modela voda

Uz pomoć slike 5.15., dobiva se izraze za izračun struja i napona točnog π - modela elektroenergetskog voda, te prividnu snagu na početku elektroenergetskog voda S_1 .

Ako je zadana prividna snaga na kraju voda $S_2 = 100 + j0 \text{ MVA}$ slijedi:

$$\bar{Z}_1 = (R_1 + j2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1) = (0,01 + j2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 1,7 \cdot 10^{-3}) = 0,01 + j0,5340707511 \Omega$$

$$\bar{Z}_1 = 0,01 + j0,5340707511 \Omega = 0,5341643635 \angle 1,552074404 \Omega ,$$

$$\frac{\bar{Y}_1}{2} = 4 \cdot 10^{-8} + j1,335176878 \cdot 10^{-6} \text{ S} = 1,335775915 \cdot 10^{-6} \angle 1,540846707 \text{ S} ,$$

$$\bar{Z} = (R_1 + j2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1) \cdot l = (0,01 + j2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 1,7 \cdot 10^{-3}) \cdot 160 = 1,6 + j85,45132 \Omega ,$$

$$\frac{\bar{Y}}{2} = 0,64 \cdot 10^{-5} + j21,36283 \cdot 10^{-5} \text{ S} ,$$

$$\bar{\gamma} = \sqrt{\bar{Z} \cdot \bar{Y}} = 1,194591053 \cdot 10^{-3} \angle 1,5464605560 = 2,906842466 \cdot 10^{-5} + j1,194237334 \cdot 10^{-3} ,$$

$$\bar{\Theta} = \gamma \cdot l = 4,650947946 \cdot 10^{-3} + j0,1910779734$$

$$\bar{\Theta} = 0,004651 + j0,191078 = 0,1911345684 \angle 1,546460556 ,$$

$$sh \bar{\Theta} = \frac{e^{0,004651} - e^{-0,004651}}{2} \cdot \cos(0,191078) + j \left[\left(\frac{e^{0,004651} + e^{-0,004651}}{2} \right) \cdot \sin(0,191078) \right]$$

$$sh \bar{\Theta} = 4,566369 \cdot 10^{-3} + j0,189919,$$

$$ch \bar{\Theta} = \frac{e^{0,004651} + e^{-0,004651}}{2} \cdot \cos(0,191078) + j \left[\left(\frac{e^{0,004651} - e^{-0,004651}}{2} \right) \cdot \sin(0,191078) \right]$$

$$ch \bar{\Theta} = 0,9818106938 + j8,83308945 \cdot 10^{-4},$$

$$\tanh \frac{\bar{\Theta}}{2} = \frac{ch \bar{\Theta} - 1}{sh \bar{\Theta}} = 2,346852 \cdot 10^{-3} + j0,0958304,$$

$$\bar{Z}_{\Pi} = Z \cdot \frac{sh \bar{\Theta}}{\bar{\Theta}} = 1,565067138 + j84,93286605 \Omega,$$

$$\frac{\bar{Y}_{\Pi}}{2} = \frac{\bar{Y}}{2} \cdot \frac{\tanh \frac{\bar{\Theta}}{2}}{\frac{\bar{\Theta}}{2}} = 6,451408522 \cdot 10^{-6} + j2,142797008 \cdot 10^{-4} S,$$

$$V_2 = \frac{U_2}{\sqrt{3}} = 230940,1077 V = 230,9401077 kV,$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{S}_2^*}{\sqrt{3} \cdot \bar{U}_2} = 144,3375673 A,$$

$$\bar{I}_{20} = \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{Y}_{\Pi}}{2} = 1,489888979 + j49,48577718 A,$$

$$\bar{I}_{12} = \bar{I}_2 + \bar{I}_{20} = 145,8274563 + j49,48577718 A,$$

$$\Delta \bar{V} = (\bar{I}_{12}) \cdot (\bar{Z}_{\Pi}) = 3,974739125 - j12,46299237 kV,$$

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (\bar{I}_{12}) \cdot \bar{Z}_{\Pi} = 226965,3686 + j12462,99237 V,$$

$$\bar{U}_1 = (\bar{V}_1) \cdot \sqrt{3} = 393115,5499 + j21586,53601 V,$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{12} + (\bar{V}_1) \cdot \left(\frac{\bar{Y}_{\Pi}}{2} \right) = 144,6211363 + j98,20025231 A,$$

$$\bar{S}_1 = \sqrt{3} \cdot \bar{U}_1 \cdot \bar{I}_1^* = 102,1435755 - j61,45693302 MVA,$$

$$\Delta \bar{S} = \bar{S}_1 - \bar{S}_2 = 2,1435755 - j61,45693302 MVA.$$

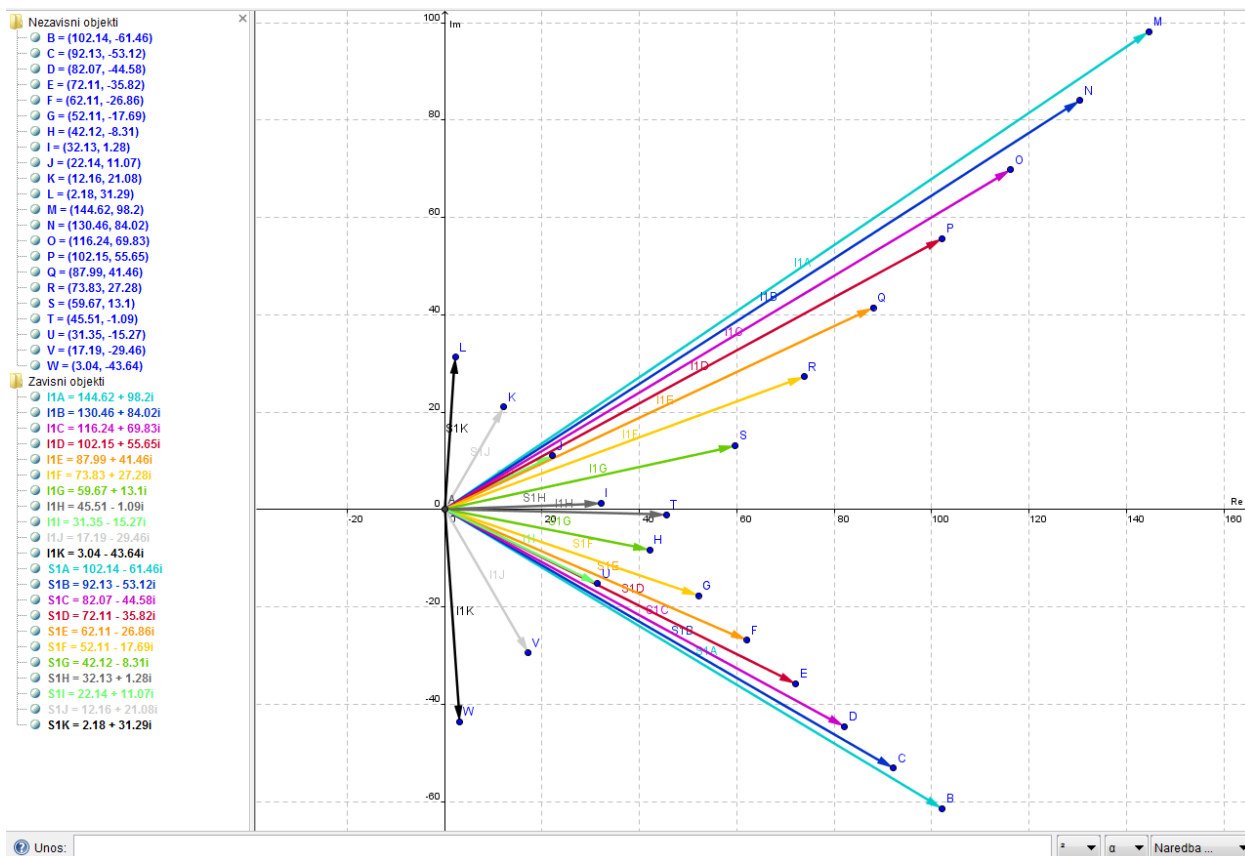
Na isti se način izračunava i ostali dio proračuna.

Dobiveni rezultati prikazani su u tablicama 5.12 i 5.13.

Tablica 5.12. Dobiveni rezultati struja I_1 , faznih napona V_1 te prividnih snaga S_1 na početku voda, ako su zadani parametri induktivne prividne snage S_2 na kraju voda i duljine voda ℓ od 160 km točnog π modela voda kod nazivnog napona 400 kV

S_2/MVA	I_1/A	V_1/kV	S_1/MVA
100+j0	144,621136+j98,20025	226,965368+j12,46299	102,14358-j61,45693
90+j10	130,462668+j84,01628	228,168679+j11,21450	92,129087-j53,12043
80+j20	116,242299+j69,83227	229,371891+j9,960657	82,074874-j44,57913
70+j30	102,145734+j55,64835	230,575300+j8,717522	72,112197-j35,82203
60+j40	87,9872656+j41,46438	231,778611+j7,469032	62,109795-j26,86013
50+j50	73,8287948+j27,28042	232,98192+j6,2205414	52,111420-j17,68977
40+j60	59,6703338+j13,09646	234,18523+j4,9720519	42,117082-j8,310938
30+j70	45,5118629-j1,087511	235,38854+j3,7235615	32,126765+j1,27636
20+j80	31,3533951-j15,27147	236,59185+j2,4750713	22,140479+j11,0721
10+j90	17,1949312-j29,45544	237,79516+j1,2265815	12,158226+j21,0764
0+j100	3,0364604-j43,639413	238,99847-j0,02190888	2,1799965+j31,2891

Vektorski dijagram (slika 5.16.) opisuje ovisnost prividne snage S_1 na početku elektroenergetskog voda i pripadajuće joj struje I_1 na početku voda pomoću točnog π - modela voda po vrijednostima iz tablice 5.12.



Slika 5.16. Vektorski dijagram struja I_1 i prividnih snaga S_1 na početku voda, ako su zadani parametri induktivne prividne snage S_2 na kraju voda točnog π modela voda kod nazivnog napona 400 kV

Tablica 5.13. Dobiveni rezultati gubitaka faznog napona ΔV i prividne snage ΔS , ako su zadani parametri induktivne prividne snage S_2 na kraju voda i duljine voda ℓ od 160 km nazivnog napona 400 kV kod točnog π modela voda

S_2/MVA	$\Delta V/\text{kV}$	$\Delta S/\text{MVA}$	
100+j0	3,9747391-j12,462992	2,1435755-j61,4569330	61,494305 \angle -1,535931°
90+j10	2,7714283-j11,214502	2,1290865-j63,1204313	63,156329 \angle -1,537079°
80+j20	1,5682170-j9,9606573	2,0748742-j64,5791286	64,612452 \angle -1,538678°
70+j30	0,3648076-j8,7175219	2,1121967-j65,8220346	65,855916 \angle -1,538718°
60+j40	-0,838503-j7,46903184	2,1097950-j66,8601332	66,893413 \angle -1,539251°
50+j50	-2,041813-j6,22054144	2,1114203-j67,6897720	67,722694 \angle -1,539614°
40+j60	-3,245124-j4,97205189	2,1170816-j68,3109385	68,343737 \angle -1,539814°
30+j70	-4,448435-j3,72356148	2,1267650-j68,7236383	68,756539 \angle -1,539859°
20+j80	-5,651745-j2,47507134	2,1404795-j68,9278755	68,961103 \angle -1,539752°
10+j90	-6,855056-j1,22658153	2,1582259-j68,9236127	68,957395 \angle -1,539493°
0+j100	-8,058366+j0,0219089	2,1799965-j68,7109405	61,745514 \angle -1,539079°

5.4.2. Analiza približnog i točnog π - modela voda kod vrlo visokog napona te zadanom kapacitivnom snagom na kraju voda

- **Približan π - model voda**

Primjenom približnog π - modela elektroenergetskog voda, određuje se napon i struju na početku voda ako su podaci na kraju voda:

- nazivni napon $U_2 = 400 \text{ kV}$

- duljina voda $l = 160 \text{ km}$

- kapacitivna snaga na kraju voda od $S_2 = 100 - j0 \text{ MVA}$ do $S_2 = 0 - j100 \text{ MVA}$

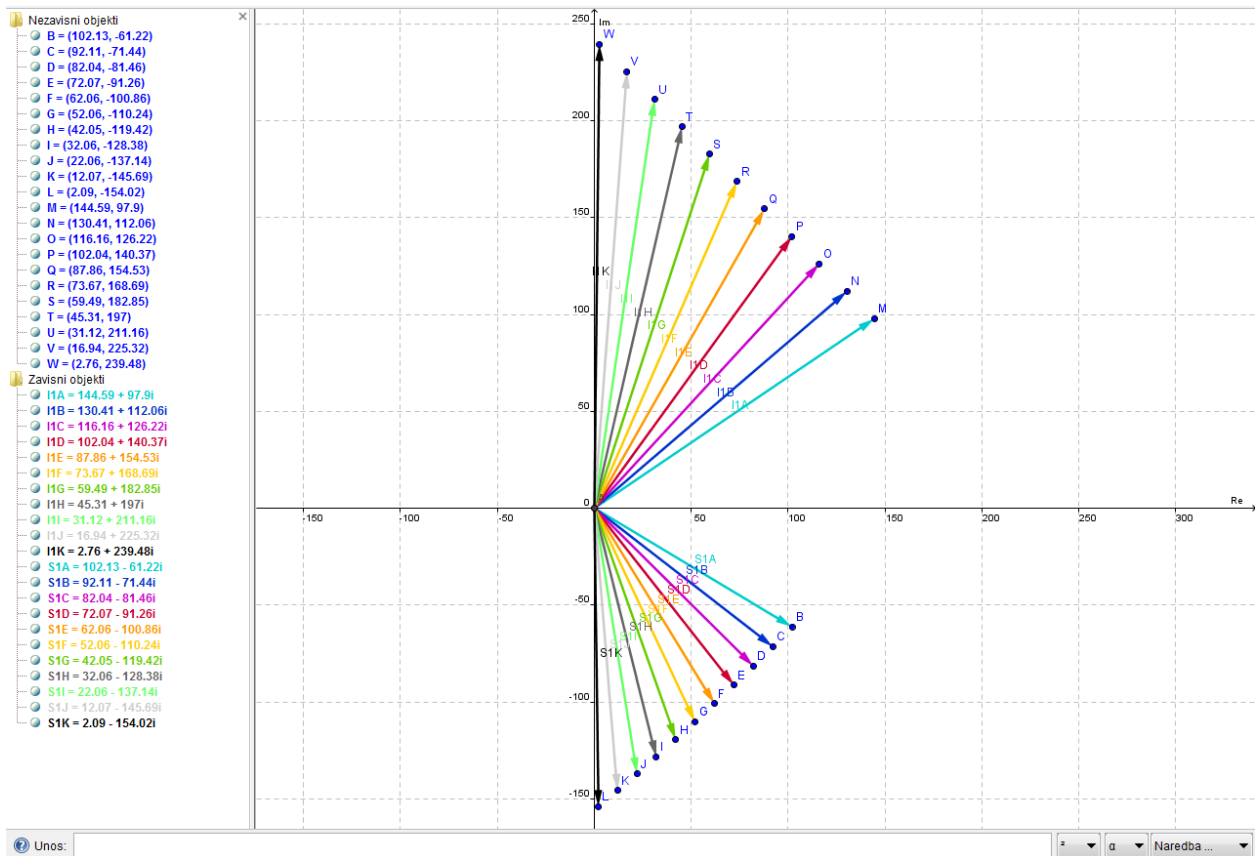
Uz pomoć slike 5.13. dobiva se izraze za izračun struja i napona približnog π - modela elektroenergetskog voda, te prividnu snagu na početku elektroenergetskog voda S_1 .

Dobiveni rezultati prikazani su u tablicama 5.14 i 5.15.

Tablica 5.14. Dobiveni rezultati struja I_1 , faznih napona V_1 te prividnih snaga S_1 na početku voda, ako su zadani parametri kapacitivne prividne snage S_2 na kraju voda i duljine voda l od 160 km nazivnog napona 400 kV kod približnog π - modela voda

S_2/MVA	I_1/A	V_1/kV	S_1/MVA
100-j0	144,58941+j97,900168	226,95764+j12,539071	102,12975-j61,21852
90-j10	130,40617+j112,05776	225,70116+j11,328781	92,106905-j71,44267
80-j20	116,16102+j126,2153	224,44459+j10,113104	82,044423-j81,46077
70-j30	102,03967+j140,37294	223,18821+j8,9082020	72,073568-j91,26179
60-j40	87,856428+j154,53054	221,93173+7,69791246	62,06308-j100,85675
50-j50	73,673182+j168,68813	220,67525+j6,4876229	52,05669-j110,24199
40-j60	59,489936+j182,84572	219,4188+j5,27733335	42,05444-j119,41751
30-j70	45,306689+j197,00331	218,1623+j4,06704379	32,05629-j128,38329
20-j80	31,123444+j211,16090	216,90582+j2,8567542	22,06227-j137,13935
10-j90	16,940198+j225,31849	215,64934+j1,6464647	12,07236-j145,68568
0-j100	2,7569517+j239,47609	214,39287+j0,4361751	2,086573-j154,02229

Vektorski dijagram (slika 5.17.) opisuje ovisnost prividne snage S_I na početku elektroenergetskog voda i pripadajuće joj struje I_I na početku voda približnog π modela voda po vrijednostima iz tablice 5.14.



Slika 5.17. Dobiveni vektorski dijagram struja I_I i prividnih snaga S_I na početku voda, ako su zadani parametri kapacitivne prividne snage S_2 na kraju voda nazivnog napona 400 kV kod približnog π - modela voda

Tablica 5.15. Izračunati rezultati gubitaka faznog napona ΔV i prividne snage ΔS , ako su zadani parametri kapacitivne prividne snage S_2 na kraju voda i duljine voda l od 160 km nazivnog napona 400 kV kod približnog π - modela voda

S_2/MVA	$\Delta V/\text{kV}$	$\Delta S/\text{MVA}$	
100-j0	3,982465-j12,5390707	2,129748-j61,21852365	61,255559 \angle -1,536021°
90-j10	5,238943-j11,3287811	2,106906-j61,44267221	61,478785 \angle -1,536519°
80-j20	6,4955213-j10,113104	2,044423-j61,46077411	61,494767 \angle -1,537545°
70-j30	7,751898-j8,90820201	2,073568-j61,26178777	61,296870 \angle -1,536962°
60-j40	9,008376-j7,69791246	2,0630755-j60,8567548	60,891714 \angle -1,536909°
50-j50	10,264853-j6,4876229	2,0566995-j60,2419946	60,277093 \angle -1,536669°
40-j60	11,521331-j5,2773334	2,0544405-j59,4175073	59,453014 \angle -1,536234°
30-j70	12,777808-j4,0670438	2,0562983-j58,3832926	58,419493 \angle -1,535590°
20-j80	14,034286-j2,8567542	2,0622729-j57,1393509	57,176555 \angle -1,534719°
10-j90	15,290763-j1,6464647	2,07236446-j55,685682	55,724231 \angle -1,533598°
0-j100	16,547241-j0,4361751	2,08657287-j54,022286	54,062567 \angle -1,532191°

- Točan π - model voda

Primjenom točnog π - modela elektroenergetskog voda, određuje se napon i struju na početku voda ako su podaci na kraju voda:

- nazivni napon $U_2 = 400 \text{ kV}$
- duljina voda $l = 160 \text{ km}$
- kapacitivna snaga na kraju voda od $S_2 = 100 - j0 \text{ MVA}$ do $S_2 = 0 - j100 \text{ MVA}$

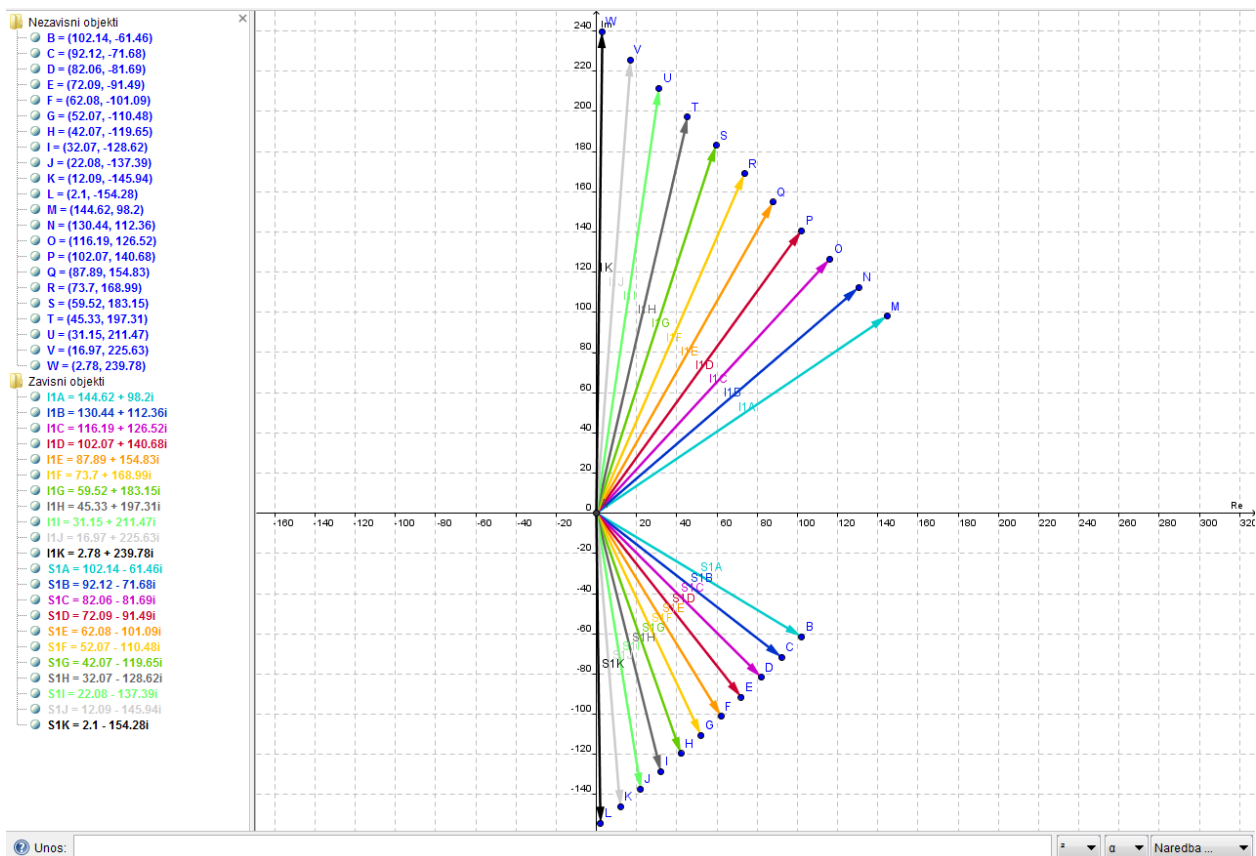
Uz pomoć slike 5.15., dobiva se izraze za izračun struja i napona točnog π - modela elektroenergetskog voda, te prividnu snagu na početku elektroenergetskog voda S_1 .

Dobiveni rezultati prikazani su u tablicama 5.16 i 5.17.

Tablica 5.16. Rezultati struja I_1 , faznih napona V_1 te prividnih snaga S_1 na početku voda, ako su zadani parametri kapacitivne prividne snage S_2 na kraju voda i duljine voda ℓ od 160 km točnog π -modela voda kod nazivnog napona 400 kV

S_2/MVA	I_1/A	V_1/kV	S_1/MVA
100-j0	144,621136+j98,20025	226,965369+j12,46299	102,14358-j61,45693
90-j10	130,43717+j112,35872	225,716878+j11,25968	92,120983-j71,67774
80-j20	116,19130+j126,51713	224,468289+j10,05102	82,058666-j81,69373
70-j30	102,06924+j140,67566	223,219898+j8,853061	72,087885-j91,49394
60-j40	87,885271+j154,83412	221,971408+j7,649750	62,077379-j101,0893
50-j50	73,701305+j168,99259	220,722918+j6,446439	52,070903-j110,4763
40-j60	59,517339+j183,15106	219,474428+j5,243129	42,068456-j119,6547
30-j70	45,333373+j197,30953	218,225938+j4,039819	32,070037-j128,6248
20-j80	31,149406+j211,46799	216,977448+j2,836508	22,075648-j137,3863
10-j90	16,965371+j225,62646	215,728957+j1,633198	12,085243-j145,9394
0-j100	2,781474+j239,784928	214,480467+j0,429887	2,098957-j154,28396

Vektorski dijagram (slika 5.18.) opisuje ovisnost prividne snage S_1 na početku elektroenergetskog voda i pripadajuće joj struje I_1 na početku voda točnog π -modela voda po vrijednostima iz tablice 5.16.



Slika 5.18. Vektorski dijagram dobivenih struja I_1 i prividnih snaga S_1 na početku voda sa tablice 5.16., ako su zadani parametri kapacitivne prividne snage S_2 na kraju voda točnog π - modela voda kod nazivnog napona 400 kV

Tablica 5.17. Rezultati izračunatih gubitaka faznog napona ΔV i prividne snage ΔS , ako su zadani parametri kapacitivne prividne snage S_2 na kraju voda i duljine voda ℓ od 160 km nazivnog napona 400 kV kod točnog π - modela voda

S_2/MVA	$\Delta V/\text{kV}$	$\Delta S/\text{MVA}$	
100-j0	3,9747391-j12,462992	2,1435755-j61,4569330	61,494305 \angle -1,535911°
90-j10	5,2232293-j11,259682	2,1209829-j61,6777355	61,714193 \angle -1,536422°
80-j20	6,4718181-j10,051016	2,0586659-j61,6937305	61,728069 \angle -1,537439°
70-j30	7,7202095-j8,8530608	2,0878849-j61,4939407	61,529375 \angle -1,536857°
60-j40	8,9686996-j7,6497503	2,0773794-j61,0893436	61,124655 \angle -1,536804°
50-j50	10,217189-j6,4464397	2,0709031-j60,4762798	60,511727 \angle -1,536566°
40-j60	11,465679-j5,2431292	2,0684557-j59,6547496	59,690599 \angle -1,536136°
30-j70	12,71417-j4,03981867	2,0700374-j58,6247528	58,661288 \angle -1,535501°
20-j80	13,962660-j2,8365081	2,0756482-j57,3862895	57,423815 \angle -1,534642°
10-j90	15,211150-j1,6331976	2,0852429-j55,9393596	55,978212 \angle -1,533537°
0-j100	16,459640-j0,4298871	2,0989569-j54,2839632	54,324527 \angle -1,532149°

5.4.3. Analiza približnog i točnog π - modela voda kod vrlo visokog napona te zadanom induktivnom snagom na početku voda

- **Približan π - model voda**

Primjenom približnog π - modela elektroenergetskog voda, određuje se napon i struju na kraju elektroenergetskog voda ako su podaci na početku elektroenergetskog voda:

- nazivni napon $U_1 = 400 \text{ kV}$

- duljina voda $l = 160 \text{ km}$

- induktivna snaga na početku voda od $S_l = 100 + j0 \text{ MVA}$ do $S_l = 0 + j100 \text{ MVA}$

Uz pomoć slike 5.13. dobiva se izraze za izračun struja i napona približnog π - modela elektroenergetskog voda, te prividnu snagu na kraju elektroenergetskog voda S_2 .

Ako je zadana prividna snaga na kraju voda $S_l = 100 + j0 \text{ MVA}$ slijedi:

$$\bar{Z} = (R_1 + j2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1) \cdot l = 1,6 + j85,45132 \Omega ,$$

$$\bar{Y} = (G_1 + j2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_1) \cdot l = 1,28 \cdot 10^{-5} + j42,72566 \cdot 10^{-5} S ,$$

$$\frac{\bar{Y}}{2} = 0,64 \cdot 10^{-5} + j21,36283 \cdot 10^{-5} S ,$$

$$V_1 = \frac{U_1}{\sqrt{3}} = 230940,1077 V = 230,9401077 kV ,$$

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{S}_1^*}{\sqrt{3} \cdot \bar{U}_1^*} = 144,3375673 A ,$$

$$\bar{I}_{10} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{Y}}{2} = 1,4780167 + j49,335343 A ,$$

$$\bar{I}_{12} = \bar{I}_1 + \bar{I}_{10} = 145,815584 + j49,335343 A ,$$

$$\Delta \bar{V} = (\bar{I}_{12}) \cdot (\bar{Z}) = 3,982465248 - j12,53907068 kV ,$$

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_1 - ((\bar{I}_{12}) \cdot (\bar{Z})) = 234922,6657 - j12539,34481 V ,$$

$$\bar{U}_2 = (\bar{V}_2) \cdot \sqrt{3} = 406897,9928 - j21718,78231 V ,$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_{12} - (\bar{V}_2) \cdot \left(\frac{\bar{Y}}{2} \right) = 141,63332 - j0,7705348982 A ,$$

$$\bar{S}_2 = \sqrt{3} \cdot \bar{U}_2 \cdot \bar{I}_2^* = 99,84761726 - j4,784918773 \text{ MVA} ,$$

$$\Delta \bar{S} = \bar{S}_1 - \bar{S}_2 = -0,15238274 - j4,784918773 \text{ MVA} .$$

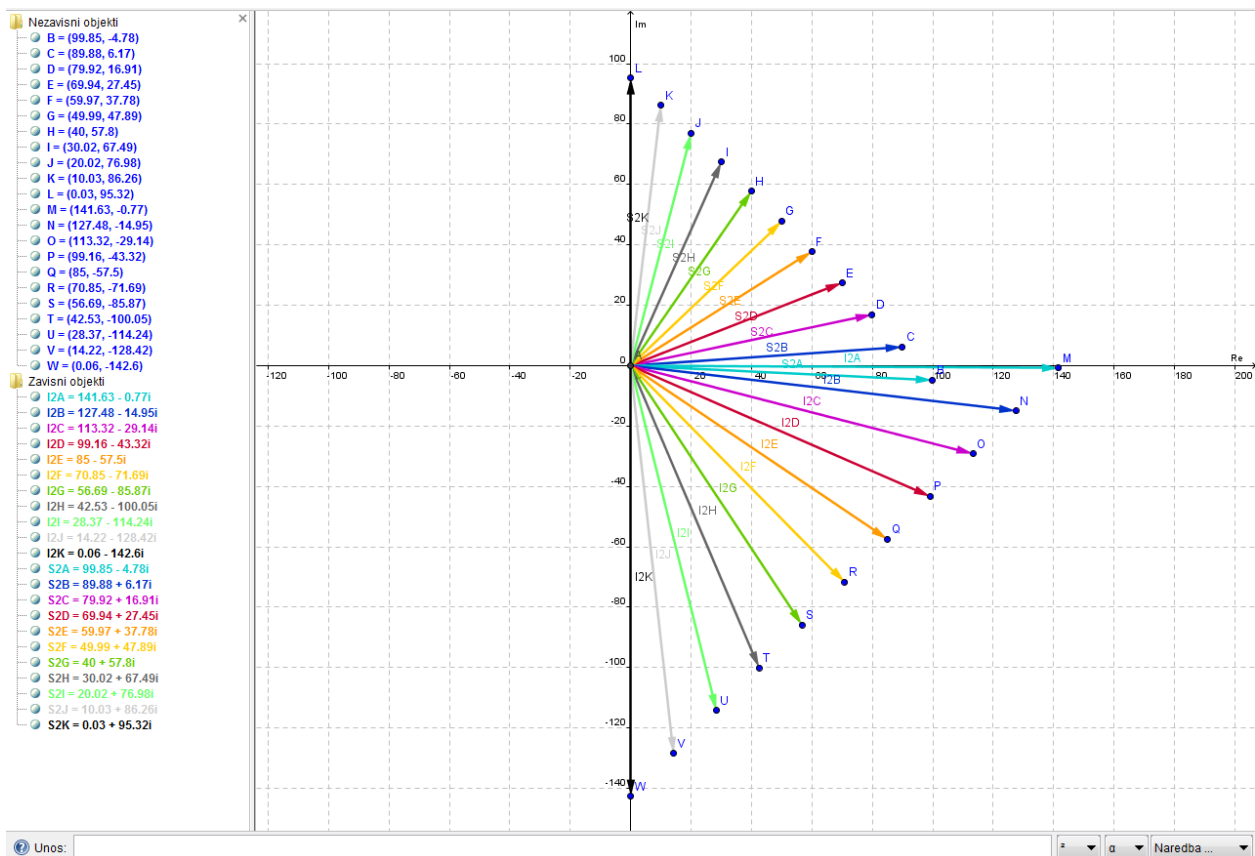
Na isti se način izračunava i ostali dio proračuna.

Dobiveni rezultati prikazani su u tablicama 5.18 i 5.19.:

Tablica 5.18. Rezultati struja I_2 , faznih napona V_2 te prividnih snaga S_2 na kraju voda, ako su zadani parametri induktivne prividne snage S_1 na početku voda i duljine voda ℓ od 160 km nazivnog napona 400 kV kod približnog π -modela voda

S_1/MVA	I_2/A	V_2/kV	S_2/MVA
100+j0	141,63332-j0,7705349	234,922666-j12,539345	99,847617-j4,784919
90+j10	127,47579-j14,953763	233,712283-j11,282593	89,884123+j6,16986
80+j20	113,318196-j29,13701	232,501994-j10,026116	79,916512+j16,9148
70+j30	99,1606041-j43,32026	231,291704-j8,7696379	69,944784+j27,4500
60+j40	85,0025109-j57,50350	230,081415-j7,5131604	59,968593+j37,7755
50+j50	70,8454206-j71,68675	228,871125-j6,2566828	49,988977+j47,8913
40+j60	56,6878289-j85,86999	227,660836-j5,0002052	40,00489+j57,79735
30+j70	42,530238-j100,05324	226,450546-j3,7437276	30,01670+j67,49367
20+j80	28,372646-j114,23649	225,240257-j2,4872501	20,02439+j76,98026
10+j90	14,215054-j128,41973	224,029967-j1,2307725	10,02796+j86,25712
0+j100	0,0574621-j142,60298	222,819677+j0,025705	0,02741+j95,324253

Vektorski dijagram (slika 5.19.) opisuje ovisnost prividne snage S_2 na kraju elektroenergetskog voda i pripadajuće joj struje I_2 na kraju voda približnog π modela voda po vrijednostima iz tablice 5.18.



Slika 5.19. Vektorski dijagram dobivenih struja I_2 i prividnih snaga S_2 na kraju voda iz tablice 5.18., ako su zadani parametri induktivne prividne snage S_1 na početku voda približnog π -modela voda kod nazivnog napona 400 kV

Tablica 5.19. Izračunati gubici faznog napona ΔV i prividne snage ΔS , ako su zadani parametri induktivne prividne snage S_1 na početku voda i duljine voda ℓ od 160 km nazivnog napona 400 kV kod približnog π -modela voda

S_1/MVA	$\Delta V/\text{kV}$	$\Delta S/\text{MVA}$	
100+j0	3,982465-j12,5390707	-0,1523827-j4,7849188	4,7873446 \angle -1,602632°
90+j10	2,772176-j11,2825931	-0,1158767-j3,8301380	3,8318905 \angle -1,601041°
80+j20	1,561886-j10,0261155	-0,0834876-j3,0851859	3,0863153 \angle -1,597851°
70+j30	0,3515966-j8,7696379	-0,0552158-j2,5499609	2,5505586 \angle -1,592447°
60+j40	-0,8586929-j7,5131604	-0,0314069-j2,2244518	2,2246735 \angle -1,584914°
50+j50	-2,0689825-j6,2566828	-0,0110229-j2,1086924	2,1087212 \angle -1,576024°
40+j60	-3,2792721-j5,0002052	0,0048983-j2,20264901	2,2026545 \angle -1,568573°
30+j70	-4,4895616-j3,7437276	0,0167026-j2,50633278	2,5063884 \angle -1,564132°
20+j80	-5,6998512-j2,4872501	0,02438998-j3,0197437	3,0198422 \angle -1,562719°
10+j90	-6,9101407-j1,2307725	0,02796053-j3,7428817	3,7429861 \angle -1,563326°
0+j100	-8,120430+j0,0257051	0,02741419-j4,6757471	4,6758275 \angle -1,564933°

- Točan π - model voda

Primjenom točnog π - modela elektroenergetskog voda, određuje se napon i struju na kraju elektroenergetskog voda ako su podaci na početku elektroenergetskog voda:

- nazivni napon $U_1 = 400 \text{ kV}$

- duljina voda $l = 160 \text{ km}$

- induktivna snaga na početku voda od $S_I = 100 + j0 \text{ MVA}$ do $S_I = 0 + j100 \text{ MVA}$

Uz pomoć slike 5.15. dobiva se izraze za izračun struja i napona točnog π - modela elektroenergetskog voda, te prividnu snagu na kraju elektroenergetskog voda S_2 .

Ako je zadana prividna snaga na kraju voda $S_I = 100 + j0 \text{ MVA}$ slijedi:

$$\bar{Z}_{\Pi} = Z \cdot \frac{sh \bar{\Theta}}{\bar{\Theta}} = 1,565067138 + j84,93286605 \Omega,$$

$$\frac{\bar{Y}_{\Pi}}{2} = \frac{\bar{Y}}{2} \cdot \frac{\tanh \frac{\bar{\Theta}}{2}}{\frac{\bar{\Theta}}{2}} = 6,451408522 \cdot 10^{-6} + 2,142797008 \cdot 10^{-4} S,$$

$$V_1 = \frac{U_1}{\sqrt{3}} = 230940,1077 V = 230,9401077 kV,$$

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{S}_1^*}{\sqrt{3} \cdot \bar{U}_1} = 144,3375673 A,$$

$$\bar{I}_{10} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{Y}_{\Pi}}{2} = 1,489888979 + j49,48577718 A,$$

$$\bar{I}_{12} = \bar{I}_1 + \bar{I}_{10} = 145,8274563 + j49,48577718 A,$$

$$\Delta \bar{V} = (\bar{I}_{12}) \cdot (\bar{Z}_{\Pi}) = 3,974739125 - j12,46299237 kV,$$

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_1 - ((\bar{I}_{12}) \cdot (\bar{Z}_{\Pi})) = 234914,8468 - j12462,99237 V,$$

$$\bar{U}_2 = (\bar{V}_2) \cdot \sqrt{3} = 406884,4502 - j21586,536 V,$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_{12} - (\bar{V}_2) \cdot \left(\frac{\bar{Y}_{\Pi}}{2} \right) = 141,6413584 - j0,7713020506 A,$$

$$\bar{S}_2 = \sqrt{3} \cdot \bar{U}_2 \cdot \bar{I}_2^* = 99,84981224 - j4,752254598 \text{ MVA},$$

$$\Delta \bar{S} = \bar{S}_1 - \bar{S}_2 = -0,15018776 - j4,752254598 \text{ MVA}.$$

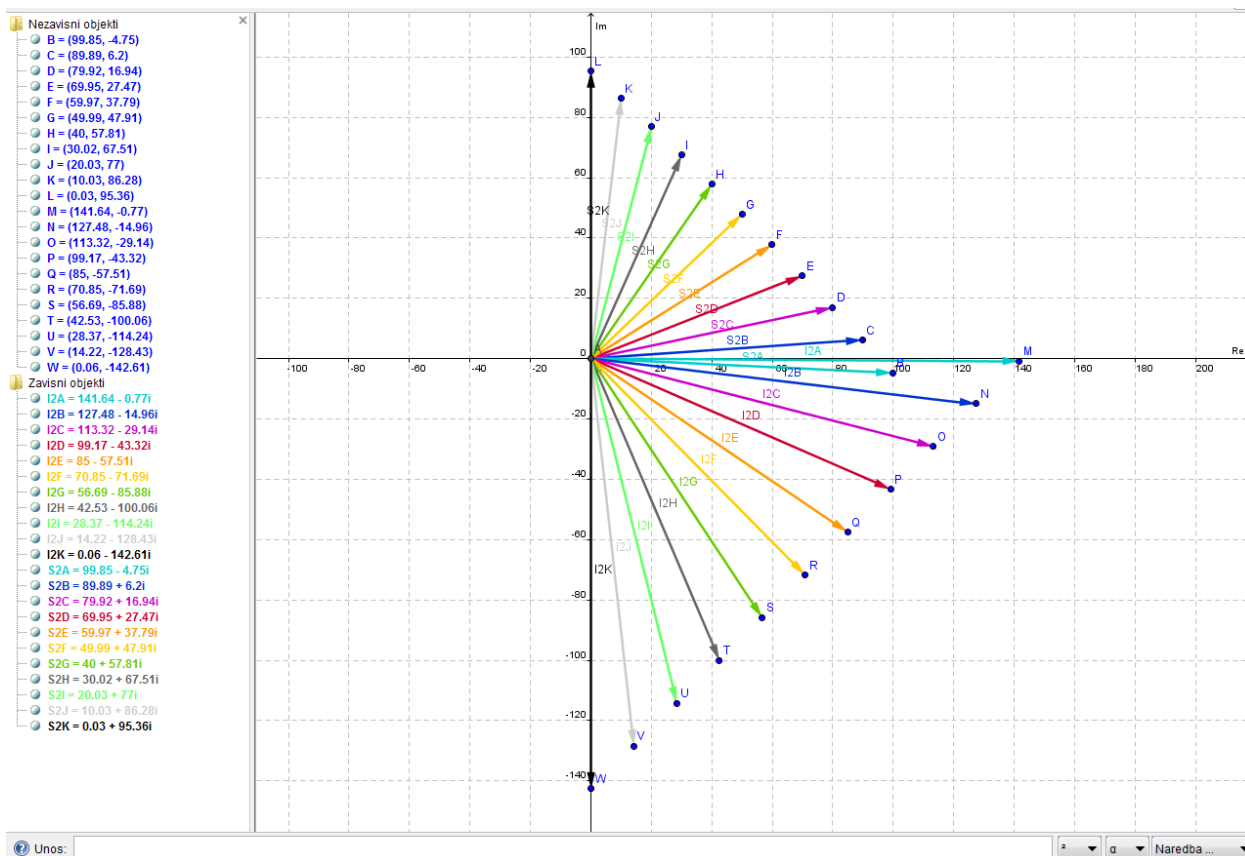
Na isti se način izračunava i ostali dio proračuna.

Dobiveni rezultati prikazani su u tablicama 5.20. i 5.21.:

Tablica 5.20. Dobiveni rezultati struja I_2 , faznih napona V_2 te prividnih snaga S_2 na kraju voda, ako su zadani parametri induktivne prividne snage S_1 na početku voda i duljine voda ℓ od 160 km točnog π - modela voda kod nazivnog napona 400 kV

S_1/MVA	I_2/A	V_2/kV	S_2/MVA
100+j0	141,64136-j0,7730205	234,914847-j12,462992	99,849812-j4,752255
90+j10	127,48289-j14,955268	233,711536-j11,214502	89,885814+j6,19668
80+j20	113,32442-j29,139235	232,508226-j9,9660121	79,917788+j16,9372
70+j30	99,165956-j43,323201	231,304915-j8,7175219	69,945732+j27,4692
60+j40	85,007488-j57,507167	230,101605-j7,4690319	59,969647+j37,7927
50+j50	70,849019-j71,691133	228,898294-j6,2205475	49,989533+j47,9078
40+j60	56,690553-j85,875099	227,694984-j4,9720516	40,005389+j57,8144
30+j70	42,53209-j100,059066	226,491673-j3,7235615	30,017218+j67,5125
20+j80	28,37362-j114,243032	225,288363-j2,4750714	20,025017+j77,0022
10+j90	14,21515-j128,426998	224,085052-j1,2265812	10,028786+j86,2834
0+j100	0,056682-j142,610964	222,881742+j0,021909	0,0285271+j95,3561

Vektorski dijagram (slika 5.20.) opisuje ovisnost prividne snage S_2 na kraju elektroenergetskog voda i pripadajuće joj struje I_2 na kraju voda točnog π modela voda po vrijednostima iz tablice 5.20.



Slika 5.20. Dobiven vektorski dijagram iz struja I_2 i prividnih snaga S_2 na kraju voda pomoću tablice 5.20., ako su zadani parametri induktivne prividne snage S_1 na početku voda nazivnog napona 400 kV kod tačnog π - modela voda

Tablica 5.21. Gubici faznog napona ΔV i prividne snage ΔS , ako su zadani parametri induktivne prividne snage S_1 na početku voda i duljine voda ℓ od 160 km nazivnog napona 400 kV kod tačnog π - modela voda

S_1/MVA	$\Delta V/\text{kV}$	$\Delta S/\text{MVA}$	
100+j0	3,9747391-j12,462992	-0,1501878-j4,7522546	4,7546272 \angle -1,602389°
90+j10	2,7714286-j11,214502	-0,1141855-j3,8033153	3,8050289 \angle -1,600809°
80+j20	1,5681181-j9,9660121	-0,0822124-j3,0628426	3,0639458 \angle -1,597632°
70+j30	0,3648075-j8,7175219	-0,0542683-j2,5308364	2,5314182 \angle -1,592236°
60+j40	-0,838503-j7,46903187	-0,0303532-j2,2072967	2,2075054 \angle -1,584547°
50+j50	-2,041814-j6,22054175	-0,0104668-j2,0922248	2,0922509 \angle -1,575799°
40+j60	-3,245124-j4,97205162	0,00538977-j2,1856169	2,1856235 \angle -1,568330°
30+j70	-4,448435-j3,72356149	0,01721768-j2,4874769	2,4875365 \angle -1,563875°
20+j80	-5,651745-j2,47507137	0,02501654-j2,9978034	2,9979078 \angle -1,562452°
10+j90	-6,855056-j1,22658125	0,02878635-j3,7165964	3,7167079 \angle -1,563051°
0+j100	-8,058366+j0,0219089	0,02852710-j4,6438560	4,6439436 \angle -1,564653°

5.4.4. Analiza približnog i točnog π - modela voda kod vrlo visokog napona te zadanom kapacitivnom snagom na početku voda

- **Približan π - model voda**

Primjenom približnog π - modela elektroenergetskog voda, određuje se napon i struju na kraju elektroenergetskog voda ako su podaci na početku elektroenergetskog voda:

- nazivni napon $U_1 = 400 \text{ kV}$
- duljina voda $l = 160 \text{ km}$
- kapacitivna snaga na početku voda od $S_1 = 100 - j0 \text{ MVA}$ do $S_1 = 0 - j100 \text{ MVA}$

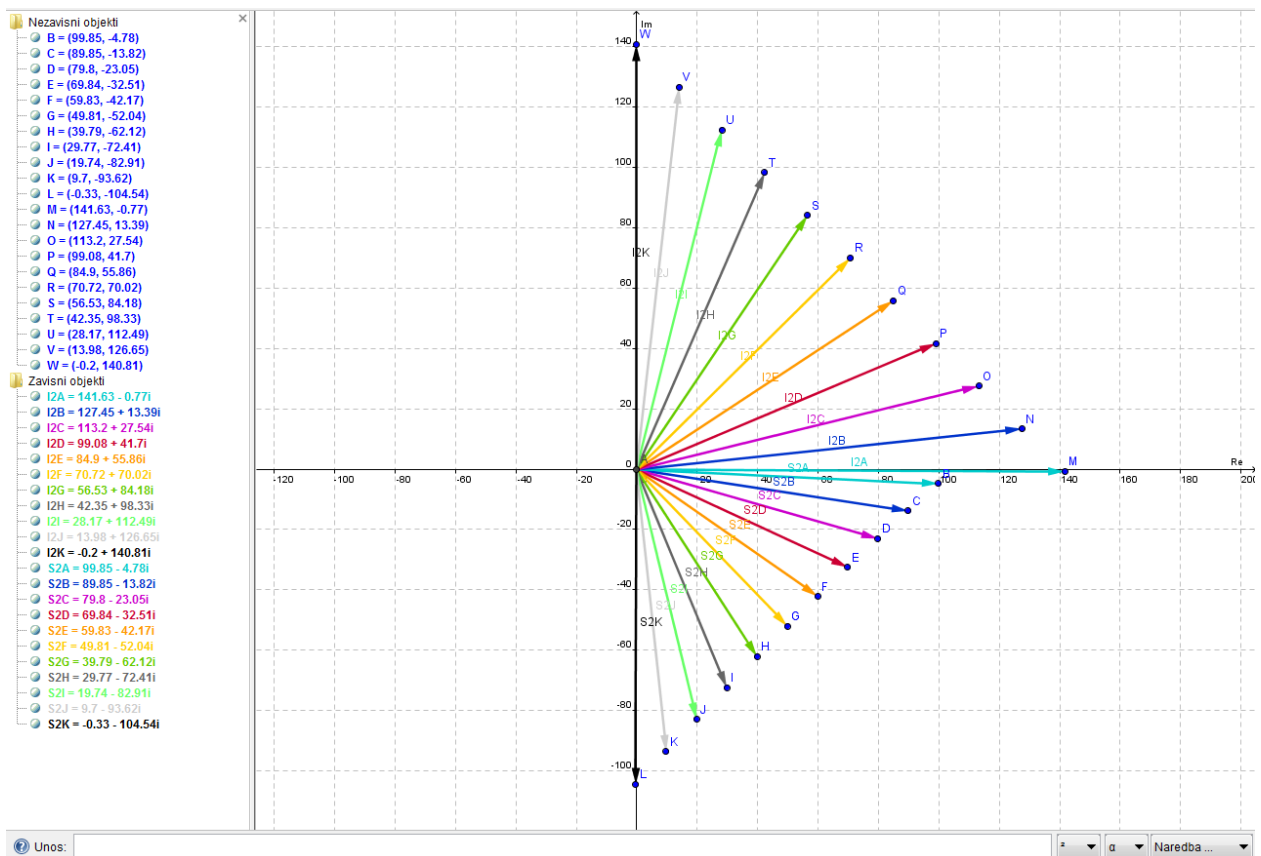
Uz pomoć slike 5.13. dobiva se izraze za izračun struja i napona približnog π - modela elektroenergetskog voda, te prividnu snagu na kraju elektroenergetskog voda S_2 .

Dobiveni rezultati prikazani su u tablici 5.22. i 5.23.:

Tablica 5.22. Rezultati dobivenih struja I_2 , faznih napona V_2 te prividnih snaga S_2 na kraju voda, ako su zadani parametri kapacitivne prividne snage S_1 na početku voda i duljine voda l od 160 km nazivnog napona 400 kV kod približnog π - modela voda

S_1/MVA	I_2/A	V_2/kV	S_2/MVA
100-j0	141,633379-j0,770517	234,922573-j12,539071	99,847618-j4,784817
90-j10	127,45013+j13,387075	236,179051-j11,328781	89,848177-j13,81680
80-j20	113,20499+j27,544611	237,435629-j10,113104	79,801009-j23,05478
70-j30	99,083641+j41,702258	238,692006-j8,9082020	69,836943-j32,50996
60-j40	84,900395+j55,859849	239,948483-j7,6979125	59,825150-j42,17113
50-j50	70,717149+j70,017442	241,204961-j6,4876229	49,809241-j52,04202
40-j60	56,533903+j84,175033	242,461438-j5,2773334	39,789215-j62,12264
30-j70	42,350657+j98,332625	243,717916-j4,0670438	29,765072-j72,41299
20-j80	28,167410+j112,49022	244,974394-j2,8567542	19,736812-j82,91307
10-j90	13,984164+j126,64781	246,230871-j1,6464647	9,704436-j93,622874
0-j100	-0,199082+j140,80540	247,487349-j0,4361751	-0,33206-j104,54241

Vektorski dijagram (slika 5.21.) opisuje ovisnost prividne snage S_2 na kraju elektroenergetskog voda i pripadajuće joj struje I_2 na kraju voda približnog π -modela voda po vrijednostima iz tablice 5.22.



Slika 5.21. Vektorski dijagram struja I_2 i prividnih snaga S_2 na kraju voda iz tablice 5.22., ako su zadani parametri kapacitivne prividne snage S_1 na početku voda nazivnog napona 400 kV kod približnog π -modela voda

Tablica 5.23. Izračunati gubici faznog napona ΔV i prividne snage ΔS , ako su zadani parametri kapacitivne prividne snage S_1 na početku voda i duljine voda ℓ od 160 km približnog π - modela voda kod nazivnog napona 400 kV

S_1/MVA	$\Delta V/\text{kV}$	$\Delta S/\text{MVA}$	
100-j0	3,9824653-j12,539071	-0,1523817-j4,7848175	4,7872433 \angle -1,602632°
90-j10	5,2389423-j11,328878	-0,1518235-j3,8168039	3,8198223 \angle -1,610553°
80-j20	6,4955213-j10,113104	-0,1989913-j3,0547773	3,0612517 \angle -1,635845°
70-j30	7,7518979-j8,9082020	-0,1630575-j2,5099583	2,5152492 \angle -1,635669°
60-j40	9,0083756-j7,6979125	-0,1748498-j2,1711262	2,1781555 \angle -1,651157°
50-j50	10,264853-j6,4876229	-0,1907589-j2,0420215	2,0509122 \angle -1,663943°
40-j60	11,521331-j5,2773334	-0,2107851-j2,1226438	2,1330839 \angle -1,669775°
30-j70	12,777808-j4,0670438	-0,2349279-j2,4129933	2,4244026 \angle -1,667849°
20-j80	14,034286-j2,85675424	-0,2631878-j2,9130700	2,9249349 \angle -1,660899°
10-j90	15,290763-j1,6464647	-0,2955645-j3,6228740	3,6349105 \angle -1,652199°
0-j100	16,547241-j0,4361751	-0,33205804-j4,542405	4,5545259 \angle -1,643768°

- Točan π - model voda

Primjenom točnog π - modela elektroenergetskog voda, određuje se napon i struju na kraju elektroenergetskog voda ako su podaci na početku elektroenergetskog voda:

- nazivni napon $U_1 = 400 \text{ kV}$
- duljina voda $l = 160 \text{ km}$
- kapacitivna snaga na početku voda od $S_1 = 100 - j0 \text{ MVA}$ do $S_1 = 0 - j100 \text{ MVA}$

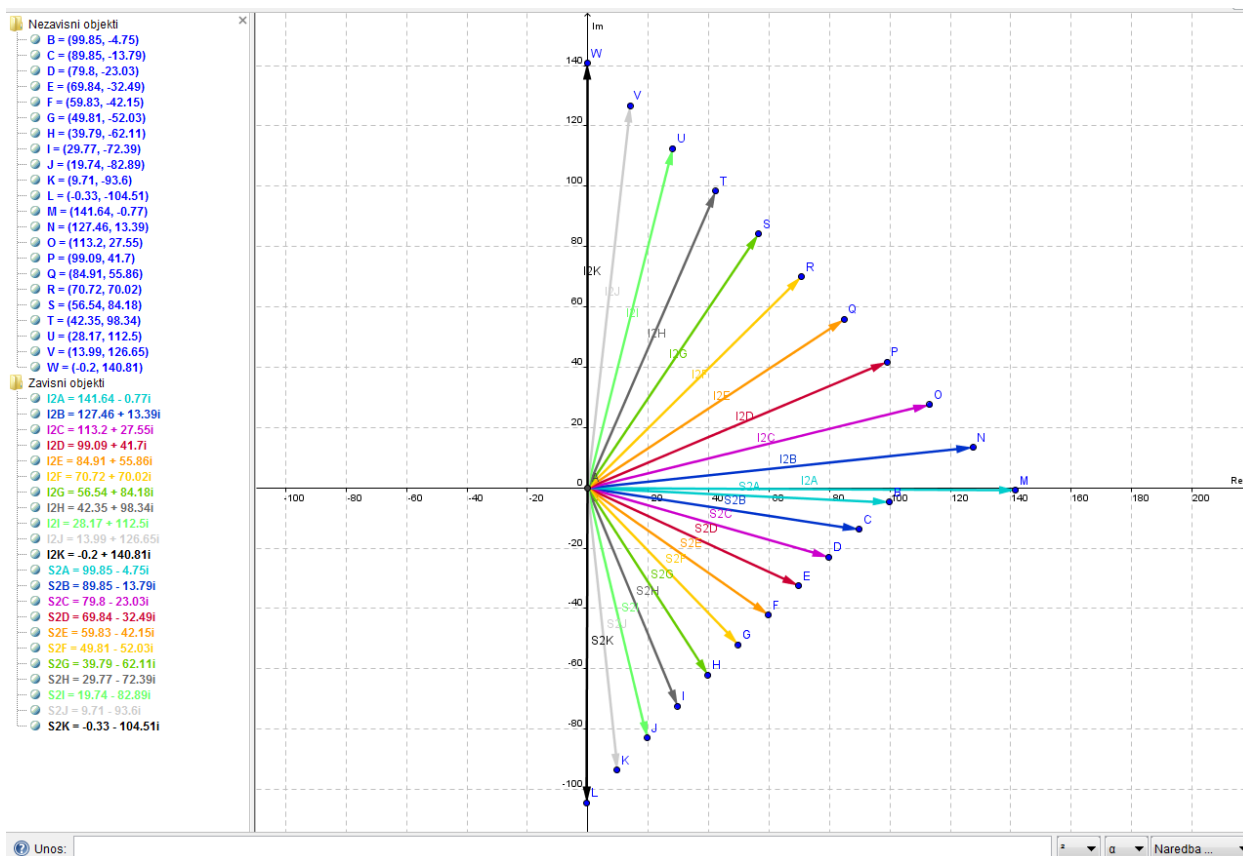
Uz pomoć slike 5.15. dobiva se izraze za izračun struja i napona točnog π - modela elektroenergetskog voda, te prividnu snagu na kraju elektroenergetskog voda S_2 .

Dobiveni rezultati prikazani su u tablicama 5.24. i 5.25.

Tablica 5.24. Rezultati struja I_2 , faznih napona V_2 te prividnih snaga S_2 na kraju voda, ako su zadani parametri kapacitivne prividne snage S_1 na početku voda i duljine voda ℓ od 160 km točnog π - modela voda kod nazivnog napona 400 kV

S_1/MVA	I_2/A	V_2/kV	S_2/MVA
100-j0	141,641358-j0,771302	234,914847-j12,462992	99,849812-j4,752255
90-j10	127,45739+j13,387166	236,163337-j11,259682	89,850084-j13,79006
80-j20	113,21152+j27,545577	237,411926-j10,051016	79,802715-j23,03262
70-j30	99,089459+j41,704101	238,660317-j8,8530608	69,838539-j32,49108
60-j40	84,905493+j55,862568	239,908807-j7,6497503	59,826723-j42,15428
50-j50	70,721527+j70,021036	241,157298-j6,4464397	49,810878-j52,02596
40-j60	56,537561+j84,179504	242,405788-j5,2431292	39,791004-j62,10609
30-j70	42,353595+j98,337971	243,654278-j4,0398187	29,767101-j72,39470
20-j80	28,169629+j112,49644	244,902768-j2,8365081	19,739169-j82,89178
10-j90	13,985662+j126,65491	246,151258-j1,6331976	9,707208-j93,597318
0-j100	-0,198304+j140,81337	247,399748-j0,4298871	-0,32878-j104,51132

Vektorski dijagram (slika 5.22.) opisuje ovisnost prividne snage S_2 na kraju elektroenergetskog voda i pripadajuće joj struje I_2 na kraju voda točnog π - modela voda po vrijednostima iz tablice 5.24.



Slika 5.22. Vektorski dijagram struja I_2 i prividnih snaga S_2 na kraju voda iz tablice 5.24., ako su zadani parametri kapacitivne prividne snage S_1 na početku voda nazivnog napona 400 kV kod točnog π -modela voda

Tablica 5.25. Gubici izračunatih faznog napona ΔV i prividne snage ΔS , ako su zadani parametri kapacitivne prividne snage S_1 na početku voda i duljine voda ℓ od 160 km točnog π -modela voda kod nazivnog napona 400 kV

S_1/MVA	$\Delta V/\text{kV}$	$\Delta S/\text{MVA}$	
100-j0	3,974739-j12,4629924	-0,1501878-j4,7522546	4.7546272 \angle -1.602389°
90-j10	5,223229-j11,2596819	-0,1499165-j3,7900621	3.7930259 \angle -1.610331°
80-j20	6,471818-j10,0510164	-0,1972852-j3,0326184	3.0390288 \angle -1.635759°
70-j30	7,720209-j8,85306079	-0,1614612-j2,4910768	2.4963039 \angle -1.635522°
60-j40	8,968699-j7,64975026	-0,1732771-j2,1542839	2.1612413 \angle -1.651057°
50-j50	10,217189-j6,4464397	-0,1891220-j2,0259575	2.0347656 \angle -1.663876°
40-j60	11,465679-j5,2431292	-0,2089961-j2,1060978	2.1164421 \angle -1.669706°
30-j70	12,71417-j4,03981867	-0,2328991-j2,3947045	2.4060032 \angle -1.667747°
20-j80	13,962660-j2,8365081	-0,2608312-j2,8917778	2.9035171 \angle -1.660750°
10-j90	15,211150-j1,6331976	-0,2927924-j3,5973176	3.6092134 \angle -1.652009°
0-j100	16,459640-j0,4298871	-0,3287826-j4,511324	4.5232889 \angle -1.643547°

5.4.5. Analiza približnog π - modela voda kod srednjeg napona te zadanom induktivnom i kapacitivnom snagom na kraju voda

- **Približan π - model voda**

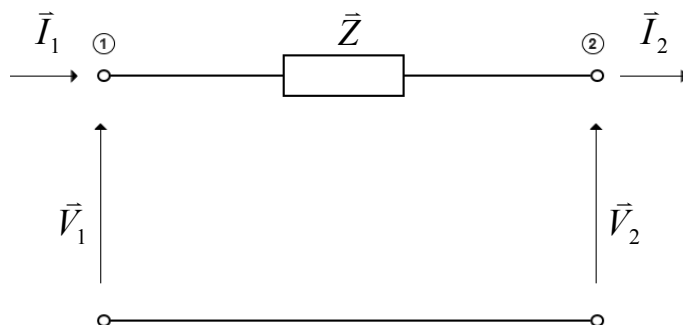
Primjenom približnog π - modela elektroenergetskog voda, određuje se napon i struju na početku voda ako su podaci na kraju voda:

- nazivni napon $U_2 = 20 \text{ kV}$
- duljina voda $l = 20 \text{ km}$
- induktivna snaga na kraju voda od $S_2 = 1000 + j0 \text{ kVA}$ do $S_2 = 0 + j1000 \text{ kVA}$

$$\vec{I} = \vec{I}_1 = \vec{I}_2$$

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_2 + \vec{I} \cdot \vec{Z} \quad (5.16)$$

$$\vec{Z} = R + jX \quad (5.17)$$



Slika 5.23. Približan nadomjesni model voda srednjeg napona

Uz pomoć slike 5.23., dobiva se izraze za izračun struja i napona približnog π - modela elektroenergetskog voda, te prividnu snagu na početku elektroenergetskog voda S_1 .

Ako je zadana prividna snaga na kraju voda $S_2 = 1000 + j0 \text{ kVA}$ slijedi:

$$\vec{Z} = (R_1 + j2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1) \cdot l = 4,4 + j6,912 \Omega ,$$

$$V_2 = \frac{U_2}{\sqrt{3}} = 11547,00538 \text{ V} ,$$

$$\vec{I}_2 = \frac{\vec{S}_2^*}{\sqrt{3} \cdot \vec{U}_2^*} = 28,86751346 \text{ A} ,$$

$$\Delta \vec{V} = (\vec{I}) \cdot \vec{Z} = -127,0170592 - j199,532253 \text{ V} ,$$

$$\vec{V}_1 = \vec{V}_2 + (\vec{I}) \cdot \vec{Z} = 11674,02244 + j199,532253 \text{ V} ,$$

$$\vec{U}_1 = \vec{V}_1 \cdot \sqrt{3} = 20219,99999 + j345,6 \text{ V} ,$$

$$\vec{I} = \vec{I}_1 = \vec{I}_2 ,$$

$$\bar{S}_1 = \sqrt{3} \cdot \bar{U}_1 \cdot \bar{I}_1^* = 1011,000 + j17,280 \text{ kVA},$$

$$\Delta \bar{S} = \bar{S}_1 - \bar{S}_2 = 11 + j17,28 \text{ kVA}.$$

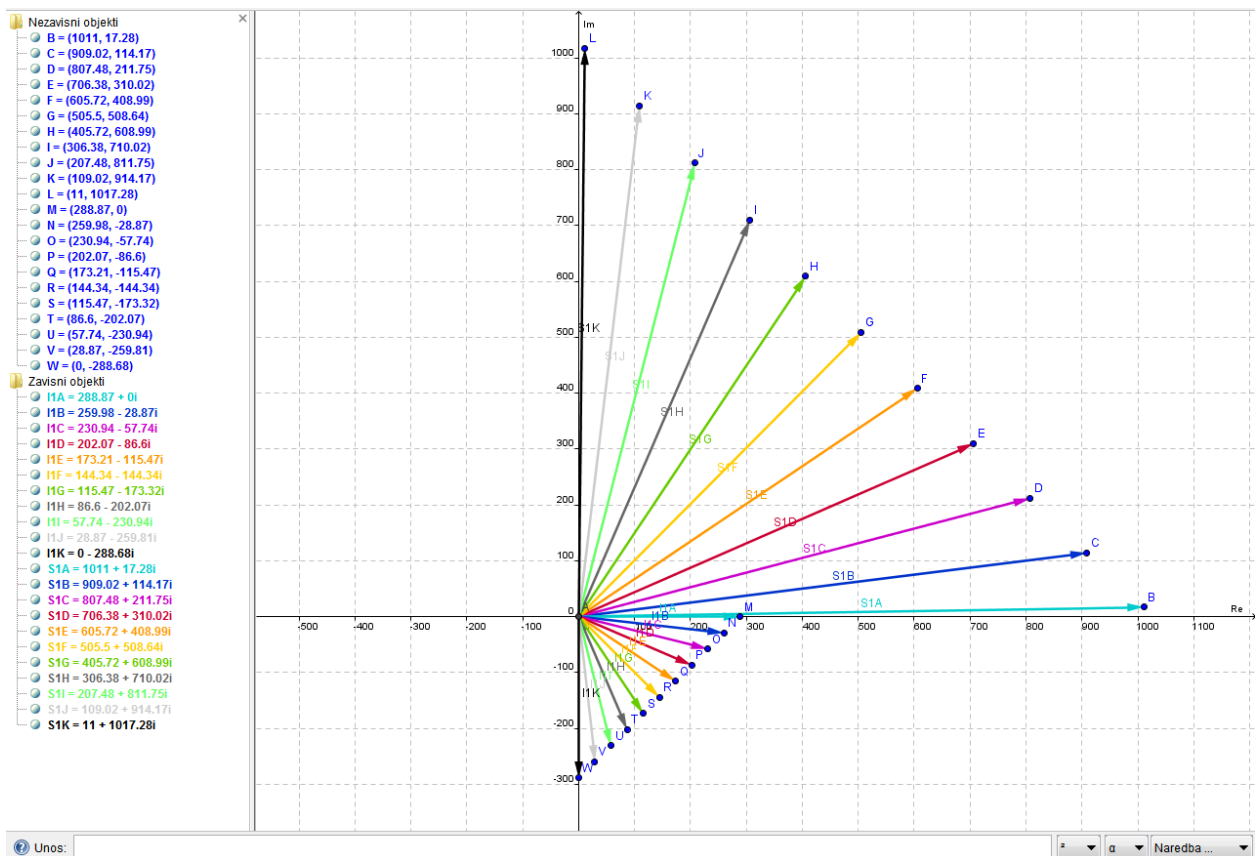
Na isti se način izračunava i ostali dio proračuna.

Dobiveni rezultati prikazani su u tablicama 5.26. i 5.27.:

Tablica 5.26. Rezultati struja I_1 odnosno I_2 , faznih napona V_1 te prividnih snaga S_1 na početku voda, ako su zadani parametri induktivne prividne snage S_2 na kraju voda i duljine voda ℓ od 20 km približnog π - modela voda kod nazivnog napona 20 kV

S_2/kVA	$I_1=I_2/\text{A}$	V_1/V	S_1/kVA
1000+j0	28,86751346	11674,0224+j199,5322	1011,000+j17,280
900+j100	25,980762-j2,8867513	11681,2739+j166,8773	909,0199+j114,1696
800+j200	23,094011-j5,7735027	11688,5255+j134,2224	807,4799+j211,75039
700+j300	20,207259-j8,6602540	11695,777+j101,56746	706,3799+j310,02239
600+j400	17,320508-j11,547005	11703,0285+j68,91253	605,7199+j408,98559
500+j500	14,433757-j14,433757	11710,2800+j36,25759	505,4999+j508,63999
400+j600	11,547005-j17,320508	11717,53156+j3,60267	405,7199+j608,98559
300+j700	8,660254-j20,2072594	11724,78307-j29,0523	306,3799+j710,02239
200+j800	5,773503-j23,0940108	11732,03459-j61,7072	207,4799+j811,75039
100+j900	2,886751-j25,9807621	11739,28611-j94,3621	109,020+j914,169599
0+j1000	-j28,86751346	11746,5376-j127,0170	11,000+j1017,280

Vektorski dijagram (slika 5.24.) opisuje ovisnost prividne snage S_l na početku elektroenergetskog voda i pripadajuće joj struje I_l na početku voda približnog π modela voda po vrijednostima iz tablice 5.26. Valja napomenuti da je struja I_l na početku voda skalirana tj. **uvećana 10 puta** zbog bolje vizualizacije.



Slika 5.24. Vektorski dijagram struja I_1 (**10 puta uvećana**) i prividnih snaga S_1 na početku voda, ako su zadani parametri induktivne prividne snage S_2 na kraju voda nazivnog napona 20 kV kod približnog π - modela voda

Tablica 5.27. Izračunati gubici faznog napona ΔV i prividne snage ΔS , ako su zadani parametri induktivne prividne snage S_2 na kraju voda i duljine voda ℓ od 20 km približnog π - modela voda kod nazivnog napona 20 kV

S_2/kVA	$\Delta V/V$	$\Delta S/\text{kVA}$	
1000+j0	-127,017059-j199,53225	10,999999+j17,28	20,484101 \angle 1,00392°
900+j100	-134,268579-j166,87732	9,01999+j14,1696	16,7969576 \angle 1,00392°
800+j200	-141,520098-j134,22239	7,47999+j11,7503	13,9290991 \angle 1,00391°
700+j300	-148,771617-j101,56746	6,37999+j10,0223	11,8806889 \angle 1,00391°
600+j400	-156,023137-j68,912528	5,71999+j8,98559	10,6517188 \angle 1,00392°
500+j500	-163,274656-j36,257597	5,49999+j8,63999	10,2420368 \angle 1,00392°
400+j600	-170,526176-j3,6026657	5,71999+j8,85599	10,5426204 \angle 0,99731°
300+j700	-177,777695+j29,052266	6,37999+j10,0224	11,8807733 \angle 1,00392°
200+j800	-185,029214+j61,707197	7,47999+j11,7504	13,9291834 \angle 1,00392°
100+j900	-192,280734+j94,362128	9,02+j14,1695994	16,7969624 \angle 1,00392°
0+j1000	-199,532253+j127,01706	11,000+j17,28	20,4841012 \angle 1,00392°

- Približan π - model voda

Primjenom približnog π - modela elektroenergetskog voda, određuje se napon i struju na početku voda ako su podaci na kraju voda:

- nazivni napon $U_2 = 20 \text{ kV}$
- duljina voda $l = 20 \text{ km}$
- kapacitivna snaga na kraju voda od $S_2 = 1000 - j0 \text{ kVA}$ do $S_2 = 0 - j1000 \text{ kVA}$

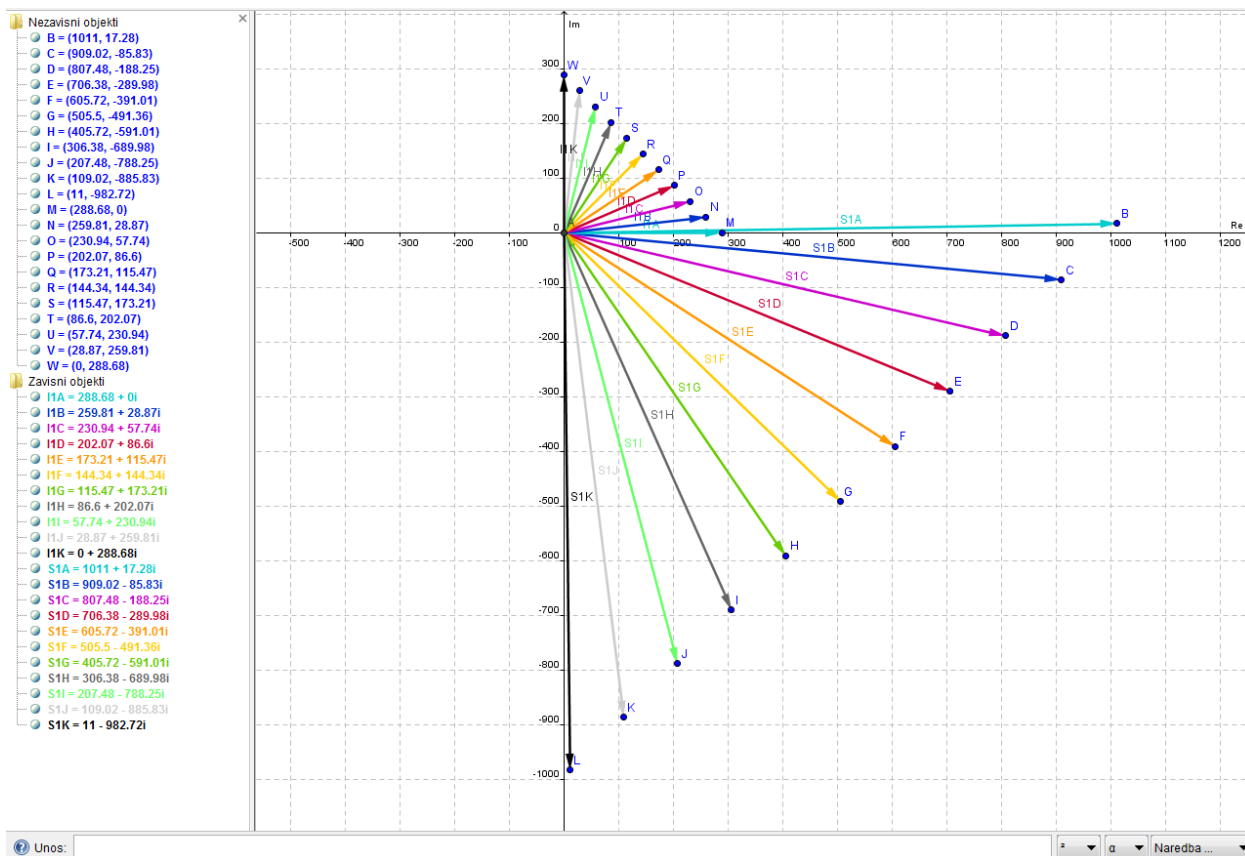
Uz pomoć slike 5.23., dobiva se izraze za izračun struja i napona približnog π - modela elektroenergetskog voda, te prividnu snagu na početku elektroenergetskog voda S_1 .

Dobiveni rezultati prikazani su u tablici 5.28 i 5.29.:

Tablica 5.28. Dobiveni iznosi struja I_1 odnosno I_2 , faznih napona V_1 te prividnih snaga S_1 na početku voda, ako su zadani parametri kapacitivne prividne snage S_2 na kraju voda i duljine voda l od 20 km nazivnog napona 20 kV kod približnog π - modela voda

S_2/kVA	$I_1=I_2/\text{A}$	V_1/V	S_1/kVA
1000-j0	28,86751346	11674,0224+j199,5323	1011,000+j17,280
900-j100	25,980762+j2,8867513	11641,3675+j192,2807	909,01999-j85,83039
800-j200	23,094011+j5,7735027	11608,7126+j185,0292	807,4799-j188,24959
700-j300	20,207259+j8,6602540	11576,0577+j177,7777	706,3799-j289,97759
600-j400	17,320508+j11,547005	11543,4027+j170,5262	605,7199-j391,01439
500-j500	14,433757+j14,433757	11510,7478+j163,2747	505,4999-j491,35999
400-j600	11,547005+j17,320508	11478,0929+j156,0231	405,7199-j591,01439
300-j700	8,660254+j20,2072594	11445,4379+j148,7716	306,3799-j689,97759
200-j800	5,773503+j23,0940108	11412,7829+j141,5201	207,4799-j788,24959
100-j900	2,886751+j25,9807621	11380,1281+j134,2686	109,020-j885,830399
0-j1000	j28,86751346	11347,4731+j127,0171	11,000-j982,7199995

Vektorski dijagram (slika 5.25.) opisuje ovisnost prividne snage S_1 na početku elektroenergetskog voda i pripadajuće joj struje I_1 na početku voda približnog π modela voda po vrijednostima iz tablice 5.28. Valja napomenuti da je struja I_1 na početku voda skalirana tj. **uvećana 10 puta** zbog bolje vizualizacije.



Slika 5.25. Izgled vektorskog dijagrama struja I_1 (10 puta uvećana) i prividnih snaga S_1 na početku voda, ako su zadani parametri kapacitivne prividne snage S_2 na kraju voda približnog π - modela voda kod nazivnog napona 20 kV

Tablica 5.29. Gubici izračunatih faznih napona ΔV i prividnih snaga ΔS , ako su zadani parametri kapacitivne prividne snage S_2 na kraju voda i duljine voda ℓ od 20 km približnog π - modela voda kod nazivnog napona 20 kV

S_2/kVA	$\Delta V/\text{V}$	$\Delta S/\text{kVA}$	
1000-j0	-127,017059-j199,53225	10,999999+j17,28	20,484101 \angle 1,00392°
900-j100	-94,362128-j192,280734	9,019999+j14,1696	16,79696241 \angle 1,00392°
800-j200	-61,707197-j185,029214	7,479999+j11,7504	13,92918825 \angle 1,00392°
700-j300	-29,052266-j177,777695	6,379999+j10,0224	11,88077813 \angle 1,00392°
600-j400	3,60266564-j170,526176	5,719999+j8,98560	10,65173206 \angle 1,00392°
500-j500	36,2575969-j163,274656	5,499999+j8,64000	10,24205004 \angle 1,00392°
400-j600	68,912528-j156,023137	5,719999+j8,98560	10,65173206 \angle 1,00392°
300-j700	101,567459-j148,771617	6,379999+j10,0224	11,88077813 \angle 1,00392°
200-j800	134,222391-j141,520098	7,479999+j11,7504	13,92918825 \angle 1,00392°
100-j900	166,877322-j134,268579	9,02+j14,169601	16,79696379 \angle 1,00392°
0-j1000	199,532253-j127,017059	11+j17,280001	20,484102 \angle 1,00392°

5.4.6. Analiza približnog π - modela voda kod srednjeg napona te zadanom induktivnom i kapacitivnom snagom na početku voda

- **Približan π - model voda**

Primjenom približnog π - modela elektroenergetskog voda, određuje se napon i struju na kraju voda ako su podaci na početku voda:

- nazivni napon $U_1 = 20 \text{ kV}$

- duljina voda $l = 20 \text{ km}$

- induktivna snaga na kraju voda od $S_l = 1000 + j0 \text{ kVA}$ do $S_l = 0 + j1000 \text{ kVA}$

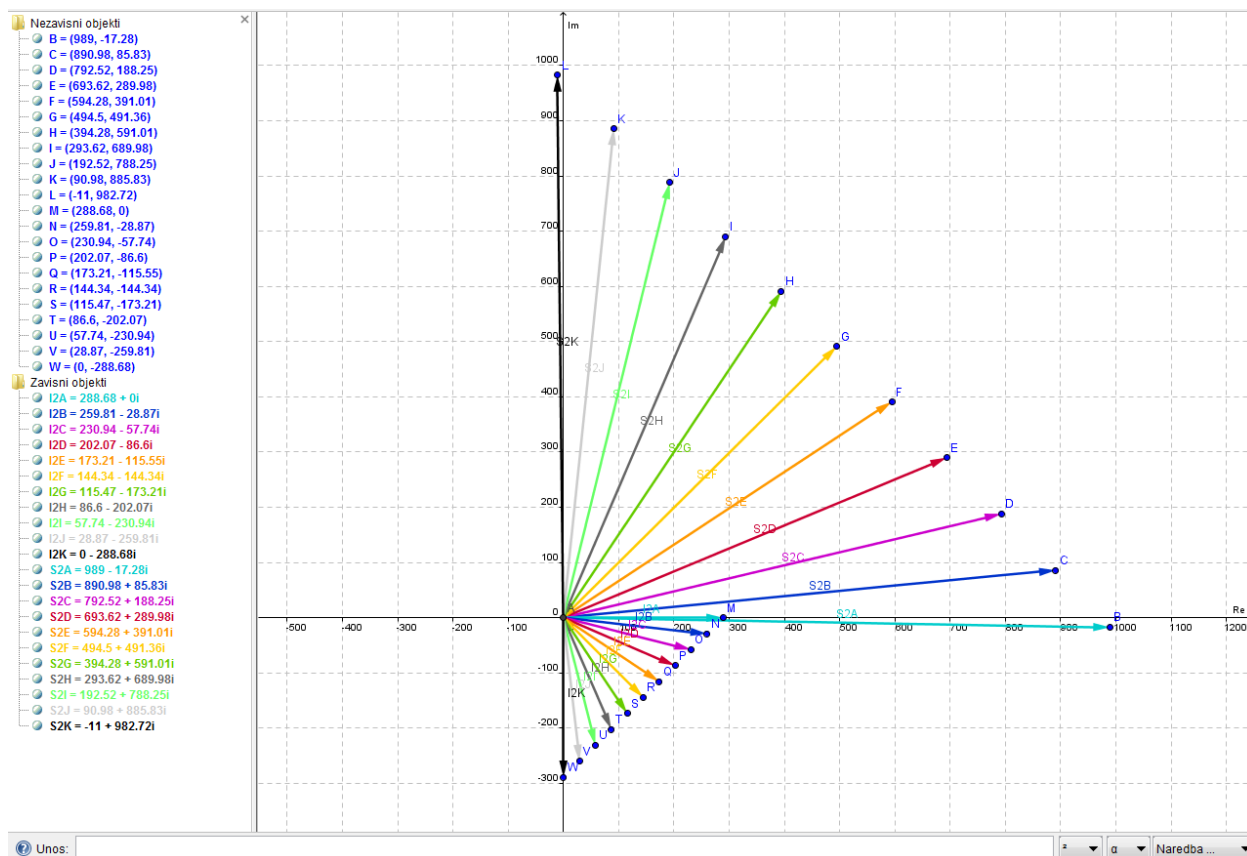
Uz pomoć slike 5.23., dobiva se izraze za izračun struja i napona približnog π - modela elektroenergetskog voda, te prividnu snagu na kraju elektroenergetskog voda S_2 .

Dobiveni rezultati prikazani su u tablici 5.30 i 5.31.:

Tablica 5.30. Rezultati dobivenih struja I_2 odnosno I_1 , faznih napona V_2 te prividnih snaga S_2 na kraju voda, ako su zadani parametri induktivne prividne snage S_1 na početku voda i duljine voda l od 20 km nazivnog napona 20 kV kod približnog π - modela voda

S_1/kVA	$I_2=I_1/\text{A}$	V_2/V	S_2/kVA
1000+j0	28,86751346	11419,9883-j199,5323	988,999995-j17,280
900+j100	25,980762-j2,8867513	11412,7368-j166,8773	890,97999+j85,83039
800+j200	23,094011-j5,7735027	11405,4853-j134,2224	792,51999+j188,2496
700+j300	20,207259-j8,6602540	11398,2338-j101,5675	693,61999+j289,9776
600+j400	17,320508-j11,547005	11390,9822-j68,91253	594,27999+j391,0144
500+j500	14,433757-j14,433757	11383,7307-j36,25759	494,49999+j491,3599
400+j600	11,547005-j17,320508	11376,4792-j3,602666	394,27999+j591,0144
300+j700	8,660254-j20,2072594	11369,2277+j29,05227	293,61999+j689,9776
200+j800	5,773503-j23,0940108	11361,9762+j61,70719	192,51999+j788,2459
100+j900	2,886751-j25,9807621	11354,7247+j94,36213	90,979999+j885,8304
0+j1000	-j28,86751346	11347,4731+j127,0171	-11,00+j982,7199995

Vektorski dijagram (slika 5.26.) opisuje ovisnost prividne snage S_2 na kraju elektroenergetskog voda i pripadajuće joj struje I_2 na kraju voda približnog π - modela voda po vrijednostima iz tablice 5.30. Valja napomenuti da je struja I_2 na kraju voda skalirana tj. **uvećana 10 puta** zbog bolje vizualizacije.



Slika 5.26. Dobiveni vektorski dijagram struja I_2 odnosno I_1 (10 puta uvećana) i prividnih snaga S_2 na kraju voda, ako su zadani parametri induktivne prividne snage S_1 na početku voda nazivnog napona 20 kV kod približnog π - modela voda

Tablica 5.31. Izračunati gubici faznih napona ΔV i prividnih snaga ΔS , ako su zadani parametri induktivne prividne snage S_1 na početku voda i duljine voda ℓ od 20 km približnog π - modela voda kod nazivnog napona 20 kV

S_1/kVA	$\Delta V/\text{V}$	$\Delta S/\text{kVA}$	
1000+j0	-127,01706-j199,53225	-11,000005-j17,28	20,484104 \angle -2,137675°
900+j100	-134,26858-j166,87732	-9,020001-j14,169600	16,796963 \angle -2,137675°
800+j200	-141,52009-j134,22239	-7,480000-j11,750100	13,928357 \angle -2,137687°
700+j300	-148,77162-j101,56746	-6,380000-j10,022400	11,880779 \angle -2,137675°
600+j400	-156,02314-j68,912528	-5,7200002-j8,985600	10,651733 \angle -2,137675°
500+j500	-163,27466-j36,257597	-5,5000002-j8,640000	10,242051 \angle -2,137675°
400+j600	-170,526176-j3,602666	-5,7200003-j8,985600	10,651733 \angle -2,137675°
300+j700	-177,777695+j29,05227	-6,3800001-j10,02240	11,880779 \angle -2,137675°
200+j800	-185,029214+j61,7072	-7,4800001-j11,75040	13,929189 \angle -2,137675°
100+j900	-192,280734+j94,36213	-9,0200001-j14,16960	16,796963 \angle -2,137675°
0+j1000	-199,532253+j127,0171	-11,000-j17,2800005	20,484102 \angle -2,137675°

- Približan π - model voda

Primjenom približnog π - modela elektroenergetskog voda, određuje se napon i struju na kraju voda ako su podaci na početku voda:

- nazivni napon $U_1 = 20 \text{ kV}$
- duljina voda $l = 20 \text{ km}$
- kapacitivna snaga na kraju voda od $S_2 = 1000 - j0 \text{ kVA}$ do $S_2 = 0 - j1000 \text{ kVA}$

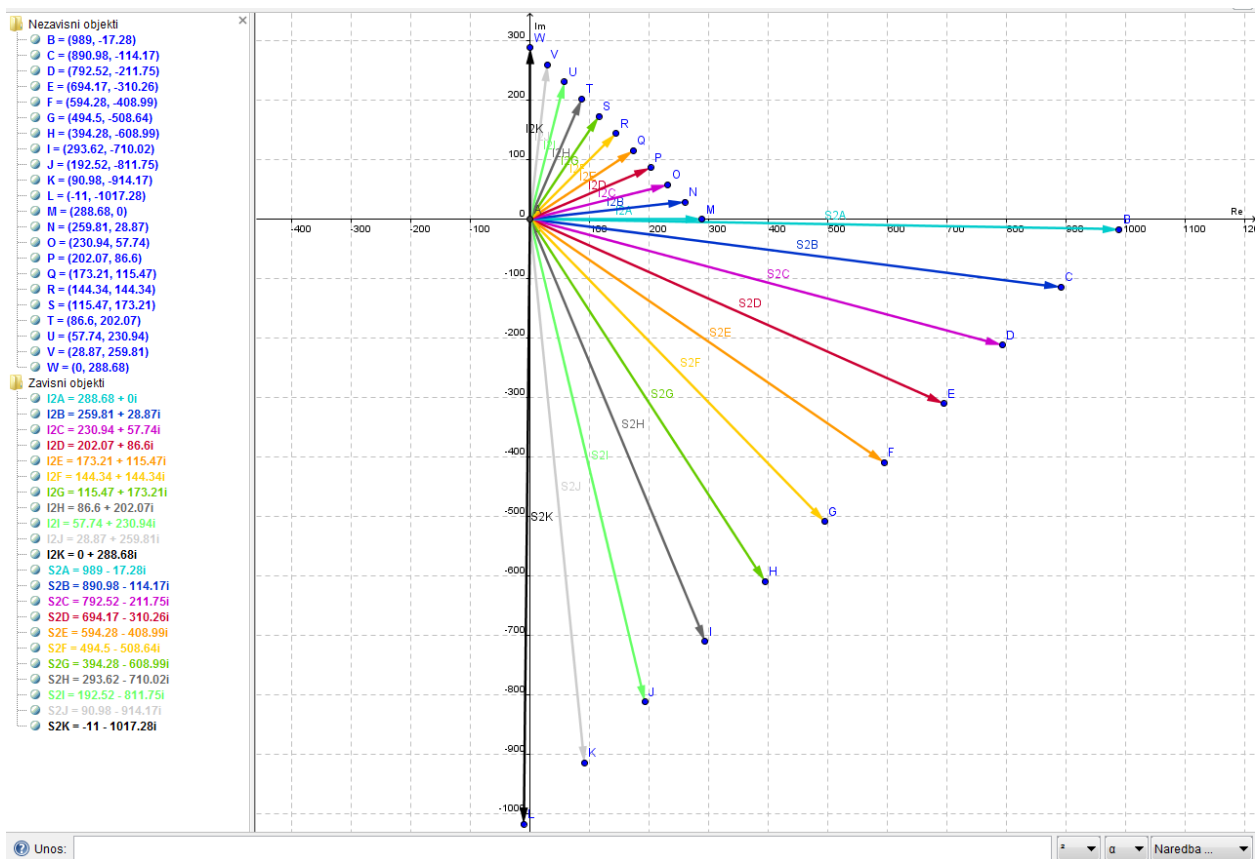
Uz pomoć slike 5.23., dobiva se izraze za izračun struja i napona približnog π - modela elektroenergetskog voda, te prividnu snagu na kraju elektroenergetskog voda S_2 .

Dobiveni rezultati prikazani su u tablici 5.32. i 5.33.

Tablica 5.32. Dobiveni rezultati struja I_2 odnosno I_1 , faznih napona V_2 te prividnih snaga S_2 na kraju voda, ako su zadani parametri kapacitivne prividne snage S_1 na početku voda i duljine voda ℓ od 20 km približnog π - modela voda kod nazivnog napona 20 kV

S_1/kVA	$I_2=I_1/\text{A}$	V_2/V	S_2/kVA
1000-j0	28,86751346	11419,9883-j199,5323	988,999995-j17,280
900-j100	25,980762+j2,8867513	11452,6433-j192,2807	890,97999-j114,1696
800-j200	23,094011+j5,7735027	11485,2982-j185,0292	792,51999-j211,7504
700-j300	20,207259+j8,6602540	11526,9531-j177,7777	694,16559-j310,2562
600-j400	17,320508+j11,547005	11550,6081-j170,5262	594,27999-j408,9856
500-j500	14,433757+j14,433757	11583,2629-j163,2747	494,49999-j508,6399
400-j600	11,547005+j17,320508	11615,9179-j156,0231	394,27999-j608,9856
300-j700	8,6602540+j20,207259	11648,5728-j148,7716	293,61999-j710,0224
200-j800	5,7735027+j23,094011	11681,2278-j141,5201	192,51999-j811,7504
100-j900	2,8867513+j25,980762	11713,8827-j134,2686	90,97999-j914,16959
0-j1000	j28,86751346	11746,5376-j127,0171	-11,000-j1017,280

Vektorski dijagram (slika 5.27.) opisuje ovisnost prividne snage S_2 na kraju elektroenergetskog voda i pripadajuće joj struje I_2 na kraju voda približnog π - modela voda po vrijednostima iz tablice 5.32. Valja napomenuti da je struja I_2 na kraju voda skalirana tj. **uvećana 10 puta** zbog bolje vizualizacije.



Slika 5.27. Vektorski dijagram dobivenih struja I_2 odnosno I_1 (10 puta uvećana) i prividnih snaga S_2 na kraju voda, ako su zadani parametri kapacitivne prividne snage S_1 na početku voda približnog π - modela voda kod nazivnog napona 20 kV

Tablica 5.33. Gubici izračunatih faznih napona ΔV i prividnih snaga ΔS , ako su zadani parametri kapacitivne prividne snage S_1 na početku voda i duljine voda ℓ od 20 km približnog π - modela voda kod nazivnog napona 20 kV

S_1/kVA	$\Delta V/\text{V}$	$\Delta S/\text{kVA}$	
1000-j0	-127,01706-j199,53225	-11,000005-j17,28	20,484104 \angle -2,1376755°
900-j100	-94,362128-j192,28073	-9,020001-j14,1695999	16,7969634 \angle -2,137675°
800-j200	-61,707197-j185,02921	-7,480000-j11,7503999	13,9291887 \angle -2,137675°
700-j300	-20,052266-j177,77769	-5,834404-j10,2562268	11,7995957 \angle -2,088007°
600-j400	3,6026656-j170,526176	-5,7200001-j8,9855997	10,6517324 \angle -2,137675°
500-j500	36,257597-j163,274656	-5,5000002-j8,6399998	10,2420505 \angle -2,137675°
400-j600	68,912528-j156,023137	-5,7200003-j8,9855998	10,6517326 \angle -2,137675°
300-j700	101,56746-j148,771617	-6,300001-j10,0223996	11,8380111 \angle -2,131975°
200-j800	134,222391-j141,52009	-7,480000-j11,7503997	13,9291885 \angle -2,137675°
100-j900	166,87732-j134,268579	-9,020000-j14,1695994	16,7969624 \angle -2,137675°
0-j1000	199,53225-j127,017059	-11,000-j17,28	20,484101 \angle -2,137675°

6. ZAKLJUČAK

U završnom radu opisan je elementarni model voda, detaljno su opisane vrste elektroenergetskih vodova, materijali za nadzemne vodove, karakteristične veličine voda i izvedene konstante voda. Zatim su detaljno opisane telegrafске јednadžbe, opće rješenje prijenosnih јednadžbi, sva tri oblika prijenosnih јednadžbi te električne prilike na idealnom vodu. Opisani su proračuni prijenosa pomoću točnog i približnog π i T model voda kao i njihovi korekcijski oblici te proračun prijenosa kod vodova srednjeg napona. Izračunati su i analizirani vodovi različitih naponskih nivoa pomoću točnog i približnog π modela.

U radu su napravljeni primjeri proračuna kod vrlo visokog napona, visokog napona i srednjeg napona pomoću približnog i točnog π modela. Kod vrlo visokog i visokog napona (400 kV, 220 kV i 110 kV), što je duljina voda ℓ veća to su vrijednosti modul impedancija $|Z|$, π - modul impedancija $|Z_{\pi}|$, modul admitancija $|Y|$ i π - modul admitancija $|Y_{\pi}|$ veće. Iz dijagrama je vidljivo da je razlika između približnog i točnog π - modela voda (kod takvih naponskih razina) sve veća i veća sa porastom duljine voda ℓ . Uočava se, što je naponski nivo manji ta je razlika između približnog i točnog π - modela voda sve manja i manja. Zbog preciznije i realnije vrijednosti parametara vodova, vodovi dulji od 200 km se moraju modilirati pomoću točnog π - modela elektroenergetskog voda. Kod vodova srednjeg napona (35 kV, 20 kV i 10 kV) računato je i analizirano samo pomoću približnog π - modela voda zbog toga što se takve vrste vodova postavljaju na kraćim udaljenostima (kraćim od 200 km), te se izračunava samo uzdužna impedancija Z .

Zatim su izračunati napon i struja na početku i na kraju voda, ako je zadana induktivna odnosno kapacitivna snaga na kraju odnosno na početku elektroenergetskog voda. Ako se kod zadane induktivne prividne snage S_2 na kraju voda (duljine voda $\ell = 160$ km na nazivnom naponu 400 kV) počinje s čistim radnim teretom djelatne snage P te se postepeno povećava jalovi dio prividne snage S , uočava se da prividne snage S_1 na početku voda (u 4. kvadrantu) rastu prema realnom dijelu koordinatne osi, dok kod pripadajuće joj struje I_1 na početku voda (u 1. kvadrantu) opadaju prema realnom dijelu koordinatne osi, a samim time i kut između njih je sve manji. Iznimku rade vektori pomoću kojih se dokazuje (ako je zadana $S_2 = 10 + 90$ MVA) kako dobivene prividne snage S_1 na početku voda nalaze u 1. kvadrantu i približavaju se imaginarnom djelu koordinatne osi, sve dok se ne dobije čistu jalovu snagu Q , a pripadajuće joj struje I_1 na početku voda se tada nalaze u 4. kvadrantu koje se također približavaju imaginarnom djelu koordinatne osi, samim time i kut između njih je sve veći.

Iznimka je kod zadane induktivne prividne snage S_1 na početku voda (nazivnog napona 400 kV) ako počinju s čistim radnim teretom djelatne snage P te se postepeno povećava jalovi dio prividne snage S , uočava se da su lijepo raspoređene prividne snage S_2 na kraju voda (u 1. kvadrantu) koje rastu prema imaginarnom dijelu koordinatne osi, dok kod pripadajuće joj struje I_2 na kraju voda (u 4. kvadrantu) opadaju prema imaginarnom dijelu koordinatne, osi sve dok se ne dobije čistu jalovu snagu Q , a samim time i kut između njih je sve veći.

Kod zadanih kapacitivnih prividnih snaga S_1 na početku voda te prividnih snaga S_2 na kraju voda (duljine voda $\ell = 160$ km na nazivnom naponu 400 kV, odnosno $\ell = 20$ km na nazivnom naponu 20 kV) ako se počinje s čistim radnim teretom djelatne snage P te se postepeno povećava jalovi dio prividne snage S , uočava se da su lijepo raspoređene prividne snage S_1 na početku voda odnosno prividne snage S_2 na kraju voda (u 4. kvadrantu) koje opadaju prema imaginarnom dijelu koordinatne osi te pripadajuće joj struje I_1 na početku voda odnosno struje I_2 na kraju voda (u 1. kvadrantu) koje rastu prema imaginarnom dijelu koordinatne osi, sve dok se ne dobije čistu jalovu snagu Q , a samim time i kut između njih je sve veći.

Ako se kod zadanih induktivnih prividnih snaga S_1 na početku voda te kod zadanih induktivnih prividnih snaga S_2 na kraju voda (duljine voda $\ell = 20$ km na nazivnom naponu 20 kV) počinje s čistim radnim teretom djelatne snage P te se postepeno povećava jalovi dio prividne snage S , uočava se da su lijepo raspoređene prividne snage S_1 na početku voda, odnosno prividne snage S_2 na kraju voda (u 1. kvadrantu) povećavaju se prema imaginarnom dijelu koordinatne osi, a pripadajuće joj struje I_1 na početku voda odnosno struje I_2 na kraju voda (u 4. kvadrantu) smanjuju se prema imaginarnom dijelu koordinatne osi, sve dok se ne dobije čistu jalovu snagu Q , a samim time i kut između njih je sve veći.

Na 400 kV te na 20 kV vodu zadane induktivne i kapacitivne prividne snage S_1 na početku voda te zadane prividne snage S_2 na kraju voda, ako se počinje s čistim radnim teretom djelatne snage P te se postepeno povećava jalovi dio prividne snage S , uočava se da se gubici faznog napona ΔV smanjuju te polako povećavaju, a gubici prividne snage ΔS se smanjuju pa polako povećavaju, sve dok se ne dobije čistu jalovu snagu Q .

7. LITERATURA

- [3] Andersson, G.: „Power Flow Analysis Fault Analysis Power Systems Dynamics and Stability“, ETH, Zürich, March 2004.
- [6] Pavičić, I.: „Odabir i implementacija kompaktnih dalekovoda upotrebom umjetnih neuronskih mreža“, Hrvatski operator prijenosnog sustava d.o.o., Zagreb, 2012.
- [9] Pavić, I.: „Analiza visokonaponskih mreža“, Sveučilište u Zagrebu FER, 2014.
- [14] Uzelac, M.: „Kompaktirani visokonaponski prijenosni vodovi“, Sveučilište u Rijeci, Tehnički fakultet, Rijeka 2011.
- [15] Pavić, I.: „Vođenje elektroenergetske mreže“, Sveučilište u Zagrebu FER, 2011.
- [16] Krajcar, S.; Delimar, M.: „Električna postrojenja“, Sveučilište u Zagrebu FER, 2007.
- [17] Pavić, I.: „Trofazni proračun tokova snaga“, Sveučilište u Zagrebu FER, 2011.
- [18] Ožegović, M.; Ožegović K.: „Električne energetske mreže I“, FESB; Opal Computing d.o.o., Split, 1996.
- [19] Ožegović, M.; Ožegović K.: „Električne energetske mreže II“, FESB; Opal Computing d.o.o., Split, 1996.
- [20] Ožegović, M.; Ožegović K.: „Električne energetske mreže IV“, FESB; Opal Computing d.o.o., Split, 1997.

Internet stranice:

- [1] Electrical grid, https://en.wikipedia.org/wiki/Electrical_grid
- [2] Electric power transmission, https://en.wikipedia.org/wiki/Electric_power_transmission
- [3] Modelling and Analysis of Electric Power Systems,
<http://www.columbia.edu/dano/courses/power/notes/power/>
- [4] Overhead power line, https://en.wikipedia.org/wiki/Overhead_power_line
- [5] Vodovi, <http://mabacic.eios.hr/oo/vodovi>
- [7] Overhead Line Conductor, http://www.omancables.com/brochure/Overhead_Line_Conductor

- [8] Undergrounding, <https://en.wikipedia.org/wiki/Undergrounding>
- [10] Vodovi, <http://www.scribd.com/doc/140947254/vodovi#scribd>
- [11] Copper, <https://en.wikipedia.org/wiki/Copper>
- [12] Aluminium, <https://en.wikipedia.org/wiki/Aluminium>
- [13] Steel, <https://en.wikipedia.org/wiki/Steel>