

SVEUČILIŠTE U RIJECI
TEHNIČKI FAKULTET
Sveučilišni stručni studij elektrotehnike

Završni rad

ČETVEROPOL U TEORIJI PRIJENOSA

Rijeka, studeni 2015.

Madis Plavčić

0069054221

SVEUČILIŠTE U RIJECI
TEHNIČKI FAKULTET
Sveučilišni stručni studij elektrotehnike

Završni rad

ČETVEROPOL U TEORIJI PRIJENOSA

Mentor : mr.sc. Marijana Živić Đurović, v.pred.

Rijeka, studeni 2015.

Madis Plavčić

0069054221

IZJAVA

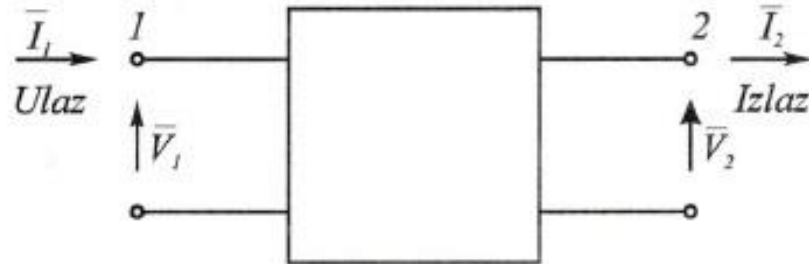
Sukladno članku *9*. "Pravilnika o završnom radu i završnom ispitu na diplomskim sveučilišnim studijima" Tehničkog fakulteta Sveučilišta u Rijeci od lipanj 2011., izjavljujem da sam samostalno izradio završni rad prema zadatku za završni rad pod brojem 602-04/15-14/06 uz konzultiranje s mentorom rada.

SADRŽAJ:

1. OPĆENITO O ČETVEROPOLIMA.....	1
2. PRIMJENA ČETVEROPOLA U ELEKTROENERGETICI.....	5
2.1 Način određivanja impedancije i admitancije elektroenergetskog voda.....	8
2.2 Način određivanja impedancije i admitancije elektroenergetskog transformatora.....	9
3. OSNOVNO O TEORIJI PRIJENOSA.....	11
4. OPĆE KONSTANTE ČETVEROPOLA.....	12
4.1 Proračun napona i struje uz različite duljine vodova sa π shemom.....	15
4.2 Proračun napona i struje uz različite duljine vodova sa T shemom.....	19
5. LANČANA MATRICA.....	25
5.1 Izračun napona i struje na početku voda kod 2 lančano spojena četveropola.....	25
5.2 Izračun napona i struje na početku voda kod 3 lančano spojena četveropola.....	26
6. SERIJSKI SPOJ ČETVEROPOLA.....	29
7. PRIKAZ POMOĆU ČETVEROPOLA, PRORAČUN STRUJNO-NAPONSKIH PRILIKA VODA.....	30
8. PARALELNI SPOJ ČETVEROPOLA.....	33
9. ZAKLJUČAK.....	38
10. POPIS SLIKA.....	39
11. POPIS TABLICA.....	41
12. LITERATURA.....	42

1. OPĆENITO O ČETVEROPOLIMA

Četveropol je element mreže koji ima ulaz i izlaz.



Slika 1.1. Shema čtetveropola

Čtetveropol je simetričan ukoliko mu bez posljedica možemo zamijeniti ulaz i izlaz.

Recipročan čtetveropol je onaj kod kojega vrijedi:

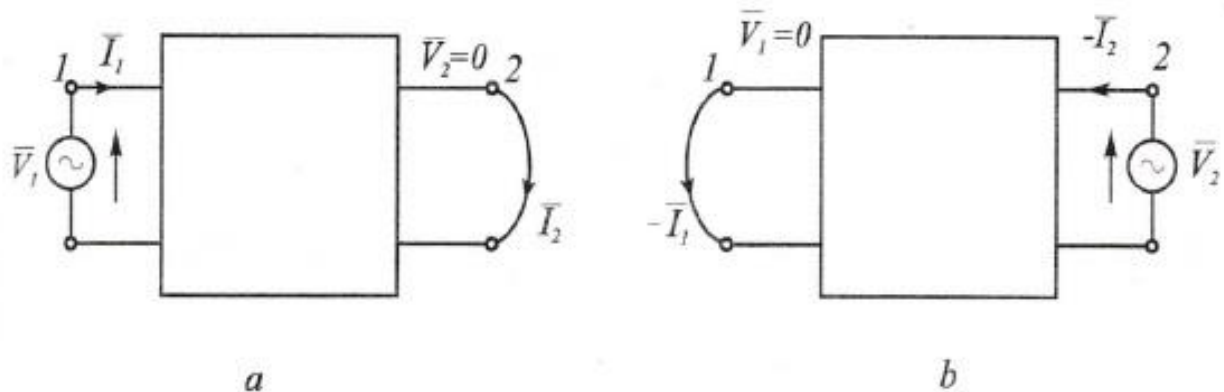
- a) Ukoliko narinemo napon s ulaza čtetveropala na izlaz, možemo na ulazu mjeriti struju koja je prethodno izmjerena na izlazu.
- b) Isto tako ako narinemo struju s ulaza na izlaz, možemo na ulazu mjeriti napon koji je prethodno izmjeren na izlazu.

Pokusom kratkog spoja i praznog hoda, uz poznavanje prilika na ulazu i izlazu čtetveropola, određujemo jednadžbe čtetveropola.

Strujne jednadžbe čtetveropola glase :

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} \\ \bar{Y}_{21} & \bar{Y}_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

Matricu admitancija [Y] možemo odrediti preko dva pokusa kratkog spoja čtetveropola.



Slika 1.2 Pokusi za određivanje matrice [Y]

Prvi pokus kratko spojen sekundar, slika 1.2 a) daje:

$$\bar{I}_1 = \bar{Y}_{11} \bar{V}_1 \qquad \bar{Y}_{11} = \frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_1} \qquad (1.2)$$

$$\bar{I}_2 = \bar{Y}_{21} \bar{V}_1 \qquad \bar{Y}_{21} = \frac{\bar{I}_2}{\bar{V}_1}$$

Drugi pokus, kratko spojen primar, slika 1.2 b) daje:

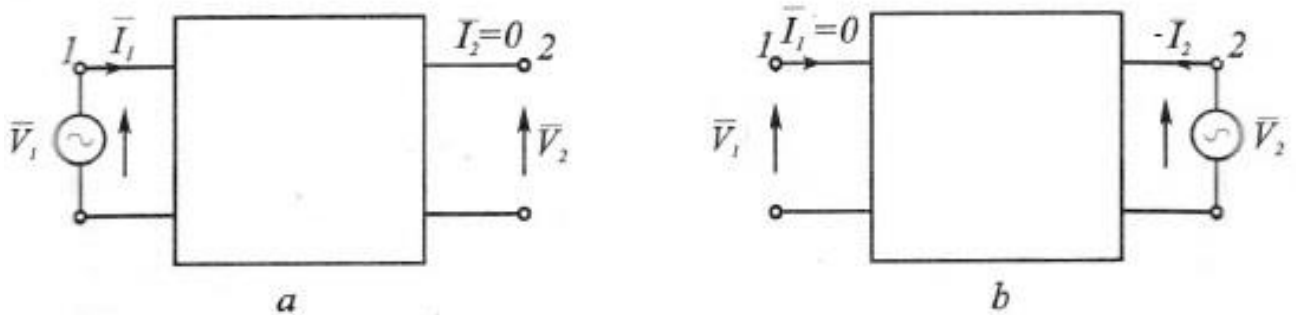
$$-\bar{I}_1 = \bar{Y}_{12} \bar{V}_2 \qquad \bar{Y}_{12} = -\frac{\bar{I}_1}{\bar{V}_2} \qquad (1.3)$$

$$-\bar{I}_2 = \bar{Y}_{22} \bar{V}_2 \qquad \bar{Y}_{22} = -\frac{\bar{I}_2}{\bar{V}_2}$$

Naponske jednadžbe četveropola glase:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{11} & \bar{Z}_{12} \\ \bar{Z}_{21} & \bar{Z}_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} \qquad (1.4)$$

Matricu impedancija $[Z]$ možemo odrediti preko dva pokusa praznog hoda četveropola.



Slika 1.3. Pokusi sa određivanjem matrice $[Z]$

Prvi pokus, otvorene stezaljke sekundara, slika 1.3 a) daje:

$$\bar{V}_1 = \bar{Z}_{11} \bar{I}_1 \qquad \bar{Z}_{11} = \frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_1} \qquad (1.5)$$

$$\bar{V}_2 = \bar{Z}_{21} \bar{I}_1 \qquad \bar{Z}_{21} = \frac{\bar{V}_2}{\bar{I}_1}$$

Drugi pokus otvorene stezaljke primara, slika 1.3 b) daje:

$$\bar{V}_1 = \bar{Z}_{12}(-\bar{I}_2) \qquad \bar{Z}_{12} = -\frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_2} \qquad (1.6)$$

$$\bar{V}_2 = \bar{Z}_{22}(-\bar{I}_2) \qquad \bar{Z}_{22} = -\frac{\bar{V}_2}{\bar{I}_2}$$

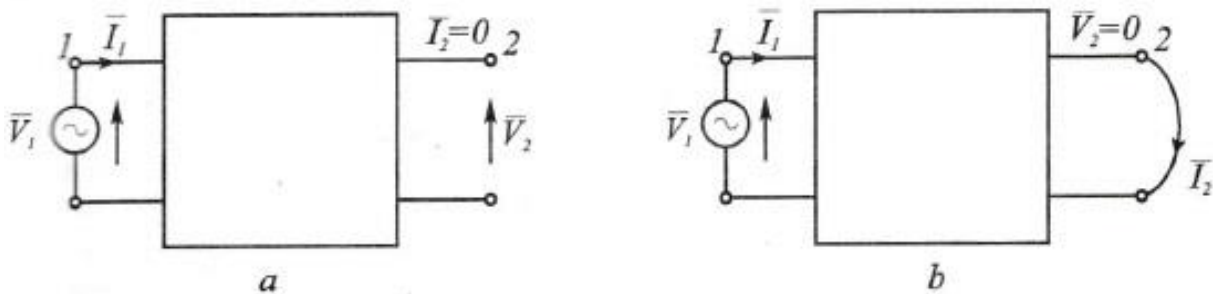
Prijenosne jednadžbe četveropola glase:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} \qquad (1.7)$$

Matrica $[\bar{L}]$ naziva se lančana matrica i u sebi sadrži opće konstante A, B, C i D :

$$[\bar{L}] = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \qquad (1.8)$$

Lančanu matricu $[L]$ možemo odrediti iz dva pokusa: pokusa kratkog spoja i pokusa praznog hoda.



Slika 1.4. Pokusi za određivanje matrice $[L]$

Prvi pokus, otvorene stezaljke sekundara, slika 1.4 a) daje:

$$\bar{V}_1 = \bar{A}\bar{V}_2 \qquad \bar{A} = \frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_2} \qquad (1.9)$$

$$\bar{I}_1 = \bar{C}\bar{V}_2 \qquad \bar{C} = \frac{\bar{I}_1}{\bar{V}_2}$$

Drugi pokus otvorene stezaljke primara, slika 1.4 b) daje:

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{B}\bar{I}_2 & \bar{B} &= \frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_2} \\ \bar{I}_1 &= \bar{D}\bar{I}_2 & \bar{D} &= \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2}\end{aligned}\tag{1.10}$$

2. PRIMJENA ČETVEROPOLA U ELEKTROENERGETICI

Četveropoli u elektroenergetici se primjenjuju najčešće kod vodova i transformatora kako bi modelirali, a kasnije radili izračune za pojedine elemente.

Četveropoli se spominju u svim granama elektrotehnike, a to su sljedeće:

elektroenergetika,

elektrostrojarstvo,

telekomunikacije i informatika,

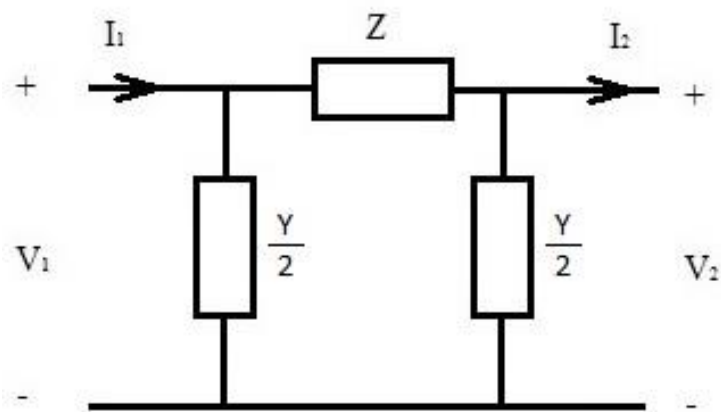
automatizacija i robotika,

radiokomunikacije i

elektronika.

Imamo vrlo visoke naponske, visokonaponske, sredjenaponske i niskonaponske kabele, kojima se parametri izražavaju na sljedeći način:

VVN:

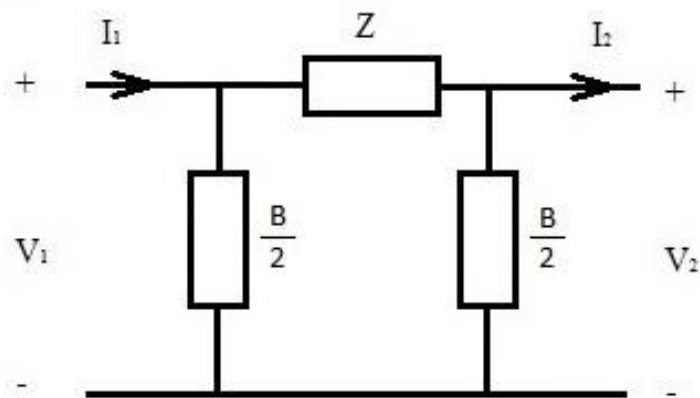


Slika 2.1. Nadomjesni model kabela voda (VVN)

Parametri kablenskog vrlo visokog naponskog voda:

$$[\bar{L}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Y}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Y}{2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & Z \\ \frac{ZY^2}{4} + Y & \frac{YZ}{2} + 1 \end{bmatrix}, \quad (2.1)$$

VN:

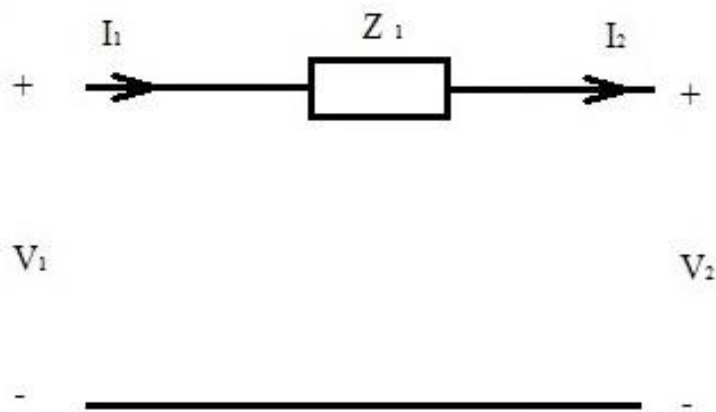


Slika 2.2. Nadomjesni kabela voda (VN)

Parametri kablenskog visokog naponskog voda:

$$[\bar{L}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{B}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{B}{2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZB}{2} & Z \\ \frac{ZB^2}{4} + B & \frac{BZ}{2} + 1 \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

SN i NN:



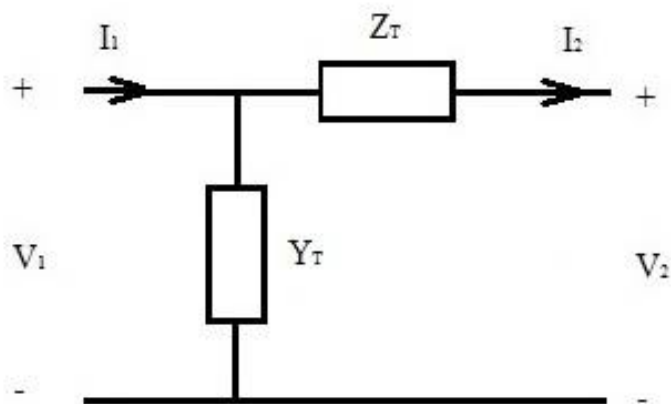
Slika 2.3. Nadomjesni kabela voda (SN i NN)

Parametri kablenskog srednjeg i niskog naponskog voda:

$$[\bar{L}] = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

Nadomjesni modeli transformatora i njegovi parametri glase:

Za VVN i VN:

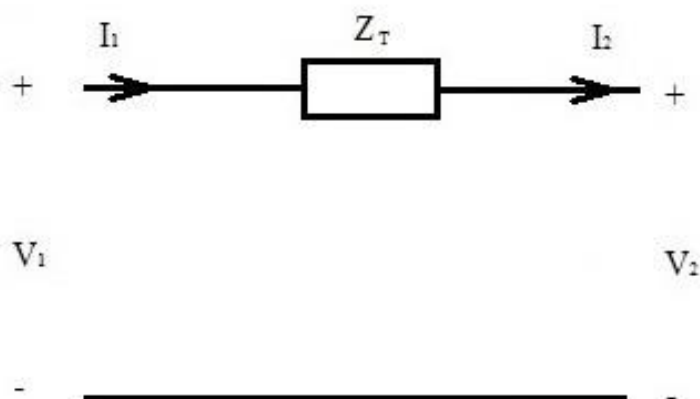


Slika 2.4. Nadomjesni model transformatora (VVN i VN)

Parametri nadomjesnog transformatorskog modela:

$$[\bar{L}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Y_T}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_T \\ \frac{Y_T}{2} & \frac{Y_T Z_T}{2} + 1 \end{bmatrix}, \quad (2.4)$$

Za SN i NN:



Slika 2.5 Nadomjesni model transformatora (SN i NN)

Parametri nadomjesnog transformatorskog modela:

$$[\bar{L}] = \begin{bmatrix} 1 & Z_T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

2.1. Način određivanja impedancije i admitancije elektroenergetskog voda



Slika 2.1.1. dalekovod

Impedanciju voda Z_V odredimo uz poznate vrijednosti jediničnog djelatnog otpora R , jediničnog induktiviteta L i duljine voda l .

Uz poznatu vrijednost jediničnog induktiviteta L najprije odredimo reaktanciju:

$$X_L = \omega * L, \quad (2.1.1)$$

a zatim i impedanciju voda Z_V :

$$Z_V = (R + jX_L) * l \quad (2.1.2)$$

Admitanciju voda Y_V odredimo uz poznate vrijednosti jediničnog odvoda G , jediničnog kapaciteta C i duljine voda l .

Uz poznatu vrijednost jediničnog kapaciteta C najprije odredimo susceptanciju:

$$B = \omega * C, \quad (2.1.3)$$

a zatim i admitanciju voda Y_V :

$$Y_V = (G + jB) * l \quad (2.1.4)$$

2.2. Način određivanja impedancije i admitancije elektroenergetskog transformatora



Slika 2.1.2. elektroenergetski transformator

Impedanciju transformatora Z_T odredimo uz poznate vrijednosti jediničnog djelatnog otpora R_T i reaktancije X_T koje izračunamo na sljedeći način:

$$R_T = P_{CU} * \frac{U_{B2}}{S_{nT}^2} \quad (2.2.1)$$

$$X_T = \frac{U_{B2}}{S_{nT}^2} \sqrt{\left(\frac{u_K}{100}\right)^2 + \left(\frac{P_{CU}}{S_{nT}}\right)^2} \quad (2.2.2)$$

$$Z_T = R_T + X_T \quad (2.2.3)$$

Dok se admitancija transformatora Y_T računa uz poznate vrijednosti jediničnog odvoda G_T i jedinične susceptancije B_T :

$$G_T = P_{Fe} \frac{1}{U_{B2}^2} \quad (2.2.4)$$

$$\mathbf{B}_T = \frac{\mathbf{S}_{n\Gamma}}{U_{B2}^2} \sqrt{\left(\frac{i_{0\%}}{100}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{P}_{Fe}}{\mathbf{S}_{n\Gamma}}\right)^2} \quad (2.2.5)$$

$$\mathbf{Y}_T = \mathbf{G}_T + j\mathbf{B}_T \quad (2.2.6)$$

3. OSNOVNO O TEORIJI PRIJENOSA

Konstante voda su veličine uz pomoć kojih definiramo u svim pogonskim slučajevima, električne prilike na vodu.

Iznosi konstanti voda ovise o svojstvima materijala od kojih su napravljeni, te o svojstvu okruženja. Te veličine ovise i o promjenama vlažnosti zraka i temperature.

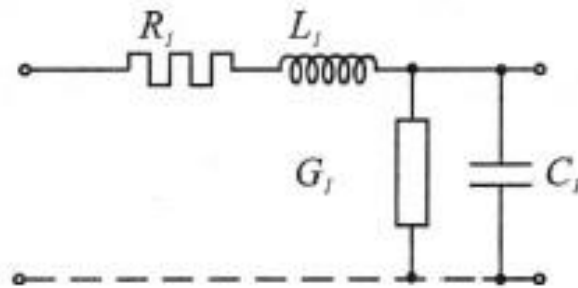
Konstante voda se definiraju po jedinici dužine voda, koja je obično po kilometru. Obično se konstante rade za direktni sustav simetričnog voda, ukoliko nije drugačije naglašeno.

Konstante voda su:

- jedinični djelatni otpor: R [Ω/km]
- jedinični induktivitet: L [H/km]
- jedinični kapacitet: C [F/km]
- jedinični odvod: G [S/km]

Vod kojemu niti jedna od sve četiri konstante nije jednaka nuli zovemo realni vod.

Jedinični djelatni otpor i jedinični odvod zovemo toplim konstantama jer uslijed prolaska struje kroz odvod i otpor čini toplinske gubitke. Uzduž voda smještene su sve četiri konstante što je prikazano na slici 3.1



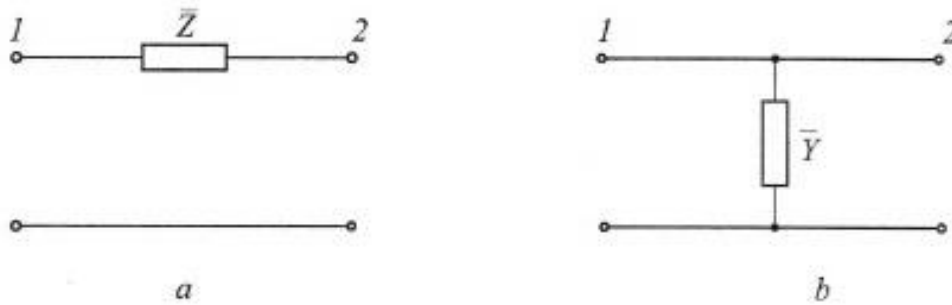
Slika 3.1. Položaj konstanti voda jedne faze trofaznog simetričnog voda

4. OPĆE KONSTANTE ČETVEROPOLA

Opće konstante primjenjujemo u jakoj struji, a određuju se iz prijenosnih jednažbi:

$$\bar{V}_1 = \bar{A}\bar{V}_2 + \bar{B}\bar{I}_2 \quad (4.1)$$

$$\bar{I}_1 = \bar{C}\bar{V}_2 + \bar{D}\bar{I}_2$$



Slika 4.1 Uzdužna impedancija i poprečna admitancija

Sa slike 4.1 a) prijenosne jednažbe glase:

$$\bar{V}_1 = 1 \cdot \bar{V}_2 + \bar{Z}\bar{I}_2 \quad (4.2)$$

$$\bar{I}_1 = 0 \cdot \bar{V}_2 + 1 \cdot \bar{I}_2$$

Iz čega očitamo matricu $[\bar{L}]_Z$:

$$[\bar{L}]_Z = \begin{bmatrix} 1 & \bar{Z} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Sa slike 4.1 b) prijenosne jednažbe glase:

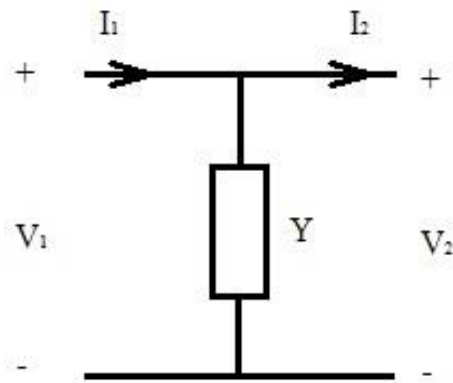
$$\bar{V}_1 = 1 \cdot \bar{V}_2 + 0\bar{I}_2 \quad (4.4)$$

$$\bar{I}_1 = \bar{Y} \cdot \bar{V}_2 + 1 \cdot \bar{I}_2$$

Iz čega očitamo matricu $[\bar{L}]_Y$:

$$[\bar{L}]_Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \bar{Y} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

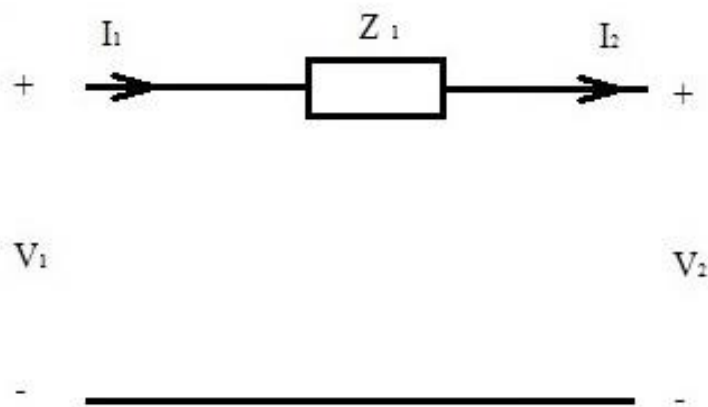
Izvod matrice za jednu poprečnu granu:



Slika 4.2. Poprečna grana

$$[\bar{L}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Y} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

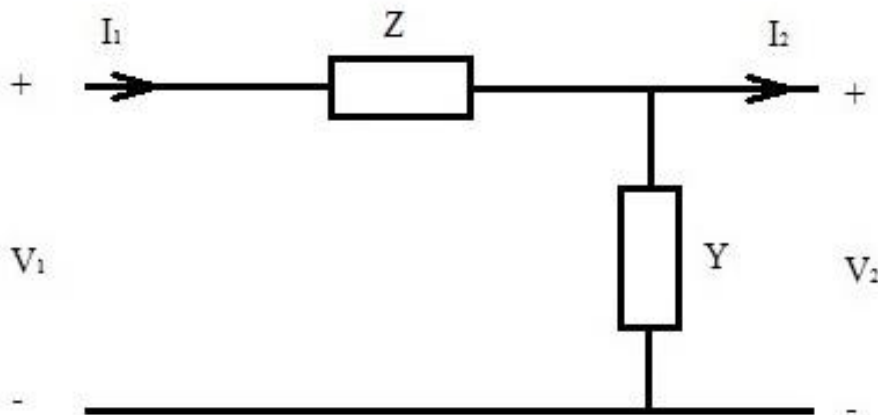
Izvod matrice za jednu uzdužnu granu:



Slika 4.3. Uzdužna grana

$$[\bar{L}] = \begin{bmatrix} 1 & \bar{Z} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

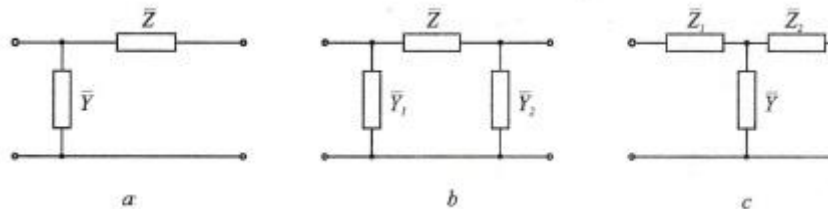
Izvod matrice za jednu uzdužnu i jednu poprečnu granu:



Slika 4.4. Uzdužna i poprečna grana

$$[\bar{L}] = \begin{bmatrix} 1 & \bar{Z} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \bar{Y} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \bar{Y}\bar{Z} & \bar{Z} \\ \bar{Y} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Upotrijebimo li formulu za lančano spajanje četveropola možemo izračunati lančanu matricu različitih četveropola kao na slici 4.2.



Slika 4.5. Γ-shema []-shema T-shema

Za Γ-shemu:

$$[\bar{L}]_{\Gamma} = [\bar{L}]_Z [\bar{L}]_Y = \begin{bmatrix} 1 & \bar{Z} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \bar{Y} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \bar{Z} \\ \bar{Y} & \bar{Y}\bar{Z} + 1 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Za []-shemu:

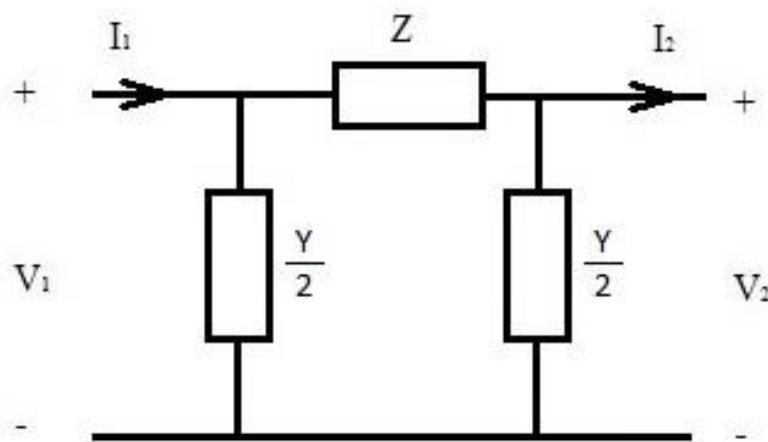
$$[\bar{L}]_{\Pi} = [\bar{L}]_{\Gamma} [\bar{L}]_{Y2} = \begin{bmatrix} 1 & \bar{Z} \\ \bar{Y}_1 & \bar{Y}_1\bar{Z} + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \bar{Y}_2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \bar{Z}\bar{Y}_2 & \bar{Z} \\ \bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \bar{Z}\bar{Y}_1\bar{Y}_2 & \bar{Y}_1\bar{Z} + 1 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Za T-shemu:

$$[\bar{L}]_r = [\bar{L}]_{Z1} [\bar{L}]_r = \begin{bmatrix} 1 & \bar{Z}_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \bar{Z}_2 \\ \bar{Y} & \bar{Y} + \bar{Z}_2 + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \bar{Z}_1 \bar{Y} & \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_1 \bar{Z}_2 \bar{Y} \\ \bar{Y} & \bar{Z}_2 \bar{Y} + 1 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

4.1 Proračun napona i struje uz različite duljine vodova sa π shemom.

- jedinični otpor $R_1 = 0,01 \Omega/\text{km}$;
- jedinični induktivitet $L_1 = 1,7 \text{ mH}/\text{km}$;
- jedinični kapacitet $C_1 = 8,5 \text{ nF}/\text{km}$;
- jedinični odvod $G_1 = 80 \text{ nS}/\text{km}$.
- $U_n = 400/110 \text{ kV}$, $S_{nT} = 300 \text{ MVA}$,



Slika 4.6. π shema zadatka

$$S = S_{\text{pot}} = 152,97 \angle -11,31^\circ \text{ MVA}$$

$$I_2 = \frac{S}{V} = 817,75 \angle -11,31^\circ \text{ A}$$

a) π shema $l=50 \text{ km}$

$$X_L = \omega L = 0,53 \Omega \quad (4.1.1)$$

$$Z_v = (R + jX_L) \cdot l = 26,5 \angle 88,9^\circ \Omega \quad (4.1.2)$$

$$B = \omega C = 2,67 \cdot 10^{-6} \text{ S} \quad (4.1.3)$$

$$Y_v = (G + jB_L) \cdot l = 0,13 \cdot 10^{-3} \angle 88,2^\circ \text{ S} \quad (4.1.4)$$

$$L_\pi = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Y}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Y}{2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & Z \\ Y + \frac{ZY^2}{4} & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix} \quad (4.1.5)$$

$$A = D = 1 + \frac{ZY}{2} = 1 \angle 0^\circ \quad (4.1.6)$$

$$B = Z = 26,5 \angle 88,9^\circ \quad (4.1.7)$$

$$C = Y + \frac{ZY^2}{4} = 0,00013 \angle 88,2^\circ \quad (4.1.8)$$

$$V_1 = AV_2 + BI_2 = 70,26 \angle 17,5^\circ \text{kV} \quad (4.1.9)$$

$$U_1 = \sqrt{3}V_1 \frac{400}{110} = 442,52 \text{kV} \quad (4.1.10)$$

$$I'_1 = CI_2 + DV_2 = 62,35 \angle 0^\circ \text{kA} \quad (4.1.11)$$

$$I_1 = I'_1 \frac{110}{400} = 17,15 \text{kA} \quad (4.1.12)$$

b) II shema $l=100 \text{ km}$

$$X_L = \omega L = 0,53 \Omega \quad (4.1.13)$$

$$Z_v = (R + jX_L) \cdot 1 = 53 \angle 88,9^\circ \Omega \quad (4.1.14)$$

$$B = \omega C = 2,67 \cdot 10^{-6} \text{ S} \quad (4.1.15)$$

$$Y_v = (G + jB_L) \cdot 1 = 0,27 \cdot 10^{-3} \angle 88,2^\circ \text{ S} \quad (4.1.16)$$

$$L_\pi = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Y}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Y}{2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & Z \\ Y + \frac{ZY^2}{4} & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix} \quad (4.1.17)$$

$$A = D = 1 + \frac{ZY}{2} = 1 \angle 0^\circ \quad (4.1.18)$$

$$B = Z = 53 \angle 88,9^\circ \quad (4.1.19)$$

$$C = Y + \frac{ZY^2}{4} = 0,00027 \angle 88,4^\circ \quad (4.1.20)$$

$$V_1 = AV_2 + BI_2 = 83,22 \angle 30,6^\circ \text{kV} \quad (4.1.21)$$

$$U_1 = \sqrt{3}V_1 \frac{400}{110} = 524,15 \text{kV} \quad (4.1.22)$$

$$I'_1 = CI_2 + DV_2 = 62,35 \angle 0^\circ \text{kA} \quad (4.1.23)$$

$$I_1 = I'_1 \frac{110}{400} = 17,15 \text{kA} \quad (4.1.24)$$

c) II shema $l=150 \text{ km}$

$$X_L = \omega L = 0,53 \Omega \quad (4.1.25)$$

$$Z_V = (R + jX_L) \cdot 1 = 79,5 \angle 88,9^\circ \Omega \quad (4.1.26)$$

$$B = \omega C = 2,67 \cdot 10^{-6} \text{ S} \quad (4.1.27)$$

$$Y_V = (G + jB_L) \cdot 1 = 0,4 \cdot 10^{-3} \angle 88,2^\circ \text{ S} \quad (4.1.28)$$

$$L_\pi = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{Y}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{Y}{2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & Z \\ Y + \frac{ZY^2}{4} & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix} \quad (4.1.29)$$

$$A = D = 1 + \frac{ZY}{2} = 0,98 \angle 0^\circ \quad (4.1.30)$$

$$B = Z = 79,5 \angle 88,9^\circ \quad (4.1.31)$$

$$C = Y + \frac{ZY^2}{4} = 0,0004 \angle 88,6^\circ \quad (4.1.32)$$

$$V_1 = AV_2 + BI_2 = 99,27 \angle 30,6^\circ \text{kV} \quad (4.1.33)$$

$$U_1 = \sqrt{3} V_1 \frac{400}{110} = 625,24 \text{kV} \quad (4.1.34)$$

$$I'_1 = CI_2 + DV_2 = 61,107 \angle 0^\circ \text{kA} \quad (4.1.35)$$

$$I_1 = I'_1 \frac{110}{400} = 16,8 \text{kA} \quad (4.1.36)$$

d) II shema $l=200 \text{ km}$

$$X_L = \omega L = 0,53 \Omega \quad (4.1.37)$$

$$Z_v = (R + jX_L) \cdot 1 = 106 \angle 88,9^\circ \Omega \quad (4.1.38)$$

$$B = \omega C = 2,67 \cdot 10^{-6} \text{ S} \quad (4.1.39)$$

$$Y_v = (G + jB_L) \cdot 1 = 0,53 \cdot 10^{-3} \angle 88,2^\circ \text{ S} \quad (4.1.40)$$

$$L_\pi = \begin{bmatrix} \frac{1}{Y} & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & Z \\ Y + \frac{ZY^2}{4} & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix} \quad (4.1.41)$$

$$A = D = 1 + \frac{ZY}{2} = 0,97 \angle 0,1^\circ \quad (4.1.42)$$

$$B = Z = 106 \angle 88,9^\circ \quad (4.1.43)$$

$$C = Y + \frac{ZY^2}{4} = 0,000543 \angle 88,4^\circ \quad (4.1.44)$$

$$V_1 = AV_2 + BI_2 = 115,93 \angle 46,98^\circ \text{ kV} \quad (4.1.45)$$

$$U_1 = \sqrt{3} V_1 \frac{400}{110} = 730,2 \text{ kV} \quad (4.1.46)$$

$$I'_1 = CI_2 + DV_2 = 60,48 \angle 0,1^\circ \text{ kA} \quad (4.1.47)$$

$$I_1 = I'_1 \frac{110}{400} = 16,63 \text{ kA} \quad (4.1.48)$$

e) II shema $l=250 \text{ km}$

$$X_L = \omega L = 0,53 \Omega \quad (4.1.49)$$

$$Z_v = (R + jX_L) \cdot 1 = 132,52 \angle 88,9^\circ \Omega \quad (4.1.50)$$

$$B = \omega C = 2,67 \cdot 10^{-6} \text{ S} \quad (4.1.51)$$

$$Y_v = (G + jB_L) \cdot 1 = 0,67 \cdot 10^{-3} \angle 88,2^\circ \text{ S} \quad (4.1.52)$$

$$L_\pi = \begin{bmatrix} \frac{1}{Y} & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & Z \\ Y + \frac{ZY^2}{4} & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix} \quad (4.1.53)$$

$$A = D = 1 + \frac{ZY}{2} = 0,96 \angle 0,13^\circ \quad (4.1.54)$$

$$B = Z = 132,52 \angle 88,9^\circ \quad (4.1.55)$$

$$C = Y + \frac{ZY^2}{4} = 0,00067 \angle 89,5^\circ \quad (4.1.56)$$

$$V_1 = AV_2 + BI_2 = 134,69 \angle 51,89^\circ \text{ kV} \quad (4.1.57)$$

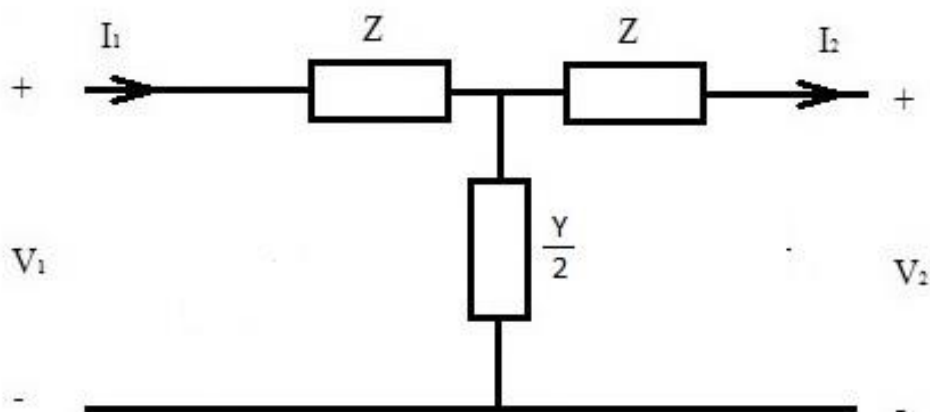
$$U_1 = \sqrt{3} V_1 \frac{400}{110} = 848,3 \text{ kV} \quad (4.1.58)$$

$$I'_1 = CI_2 + DV_2 = 59,86 \angle 0,13^\circ \text{ kA} \quad (4.1.59)$$

$$I_1 = I'_1 \frac{110}{400} = 16,46 \text{ kA} \quad (4.1.60)$$

4.2 Proračun napona i struje uz različite duljine vodova sa T shemom.

- jedinični otpor $R_1 = 0,01 \Omega/\text{km}$;
- jedinični induktivitet $L_1 = 1,7 \text{ mH}/\text{km}$;
- jedinični kapacitet $C_1 = 8,5 \text{ nF}/\text{km}$;
- jedinični odvod $G_1 = 80 \text{ nS}/\text{km}$.
- $U_n = 400/110 \text{ kV}$, $S_{nT} = 300 \text{ MVA}$,



Slika 4.7. T shema zadatka

a) T shema $l=50 \text{ km}$

$$X_L = \omega L = 0,53 \Omega \quad (4.2.1)$$

$$Z_v = (R + jX_L) \cdot l = 26,5 \angle 88,9^\circ \Omega \quad (4.2.2)$$

$$B = \omega C = 2,67 \cdot 10^{-6} \text{ S} \quad (4.2.3)$$

$$Y_V = (G + jB_L) \cdot l = 0,13 \cdot 10^{-3} \angle 88,2^\circ \text{ S} \quad (4.2.4)$$

$$L_T = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Y}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & 2Z + \frac{Z^2 Y}{2} \\ \frac{Y}{2} & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix} \quad (4.2.5)$$

$$A = D = 1 + \frac{ZY}{2} = 1 \angle 0^\circ \quad (4.2.6)$$

$$B = 2Z + \frac{Z^2 Y}{2} = 53 \angle 88,9^\circ \quad (4.2.7)$$

$$C = \frac{Y}{2} = 0,000065 \angle 88,2^\circ \quad (4.2.8)$$

$$V_1 = AV_2 + BI_2 = 83,2 \angle 30,6^\circ \text{ kV} \quad (4.2.9)$$

$$U_1 = \sqrt{3} V_1 \frac{400}{110} = 524,04 \text{ kV} \quad (4.2.10)$$

$$I'_1 = CI_2 + DV_2 = 62,35 \angle 0,1^\circ \text{ kA} \quad (4.2.11)$$

$$I_1 = I'_1 \frac{110}{400} = 17,15 \text{ kA} \quad (4.2.12)$$

b) T shema $l=100 \text{ km}$

$$X_L = \omega L = 0,53 \Omega \quad (4.2.13)$$

$$Z_V = (R + jX_L) \cdot l = 53 \angle 88,9^\circ \Omega \quad (4.2.14)$$

$$B = \omega C = 2,67 \cdot 10^{-6} \text{ S} \quad (4.2.15)$$

$$Y_V = (G + jB_L) \cdot l = 0,27 \cdot 10^{-3} \angle 88,2^\circ \text{ S} \quad (4.2.16)$$

$$L_T = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Y}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & 2Z + \frac{Z^2 Y}{2} \\ \frac{Y}{2} & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix} \quad (4.2.17)$$

$$A = D = 1 + \frac{ZY}{2} = 1 \angle 0^\circ \quad (4.2.18)$$

$$B = 2Z + \frac{Z^2 Y}{2} = 106 \angle 89,1^\circ \quad (4.2.19)$$

$$C = \frac{Y}{2} = 0,000135 \angle 88,2^\circ \quad (4.2.20)$$

$$V_1 = AV_2 + BI_2 = 116,69 \angle 46,6^\circ \text{kV} \quad (4.2.21)$$

$$U_1 = \sqrt{3} V_1 \frac{400}{110} = 734,94 \text{kV} \quad (4.2.22)$$

$$I'_1 = CI_2 + DV_2 = 61,92 \angle 0^\circ \text{kA} \quad (4.2.23)$$

$$I_1 = I'_1 \frac{110}{400} = 17,03 \text{kA} \quad (4.2.24)$$

c) T shema $l=150 \text{ km}$

$$X_L = \omega L = 0,53 \Omega \quad (4.2.25)$$

$$Z_v = (R + jX_L) \cdot 1 = 79,5 \angle 88,9^\circ \Omega \quad (4.2.26)$$

$$B = \omega C = 2,67 \cdot 10^{-6} \text{ S} \quad (4.2.27)$$

$$Y_v = (G + jB_L) \cdot 1 = 0,4 \cdot 10^{-3} \angle 88,2^\circ \text{ S} \quad (4.2.28)$$

$$L_T = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{Y}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & 2Z + \frac{Z^2 Y}{2} \\ \frac{Y}{2} & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix} \quad (4.2.29)$$

$$A = D = 1 + \frac{ZY}{2} = 0,98 \angle 0^\circ \quad (4.2.30)$$

$$B = 2Z + \frac{Z^2 Y}{2} = 159 \angle 89,35^\circ \quad (4.2.31)$$

$$C = \frac{Y}{2} = 0,000200 \angle 88,2^\circ \quad (4.2.32)$$

$$V_1 = AV_2 + BI_2 = 154,84 \angle 55,2^\circ \text{kV} \quad (4.2.33)$$

$$U_1 = \sqrt{3}V_1 \frac{400}{110} = 975,2\text{kV} \quad (4.2.34)$$

$$I'_1 = CI_2 + DV_2 = 61,36\angle 0^\circ\text{kA} \quad (4.2.35)$$

$$I_1 = I'_1 \frac{110}{400} = 16,87\text{kA} \quad (4.2.36)$$

d) T shema $l=200$ km

$$X_L = \omega L = 0,53\Omega \quad (4.2.37)$$

$$Z_v = (R + jX_L) \cdot 1 = 106\angle 88,9^\circ\Omega \quad (4.2.38)$$

$$B = \omega C = 2,67 \cdot 10^{-6}\text{S} \quad (4.2.39)$$

$$Y_v = (G + jB_L) \cdot 1 = 0,53 \cdot 10^{-3} \angle 88,2^\circ\text{S} \quad (4.2.40)$$

$$L_T = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Y}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & 2Z + \frac{Z^2Y}{2} \\ \frac{Y}{2} & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix} \quad (4.2.41)$$

$$A = D = 1 + \frac{ZY}{2} = 0,97 \angle 0,1^\circ \quad (4.2.42)$$

$$B = 2Z + \frac{Z^2Y}{2} = 212,1 \angle 88,9^\circ \quad (4.2.43)$$

$$C = \frac{Y}{2} = 0,000267 \angle 88,2^\circ \quad (4.2.44)$$

$$V_1 = AV_2 + BI_2 = 194,83 \angle 60,7^\circ\text{kV} \quad (4.2.45)$$

$$U_1 = \sqrt{3}V_1 \frac{400}{110} = 1,23\text{MV} \quad (4.2.46)$$

$$I'_1 = CI_2 + DV_2 = 60,48 \angle 0^\circ\text{kA} \quad (4.2.47)$$

$$I_1 = I'_1 \frac{110}{400} = 16,63\text{kA} \quad (4.2.48)$$

e) T shema $l=250$ km

$$X_L = \omega L = 0,53\Omega \quad (4.2.49)$$

$$Z_V = (R + jX_L) \cdot l = 132,52 \angle 88,9^\circ \Omega \quad (4.2.50)$$

$$B = \omega C = 2,67 \cdot 10^{-6} S \quad (4.2.51)$$

$$Y_V = (G + jB_L) \cdot l = 0,67 \cdot 10^{-3} \angle 88,2^\circ S \quad (4.2.52)$$

$$L_T = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{Y}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & 2Z + \frac{Z^2 Y}{2} \\ \frac{Y}{2} & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix} \quad (4.2.53)$$

$$A = D = 1 + \frac{ZY}{2} = 0,96 \angle 0,13^\circ \quad (4.2.54)$$

$$B = 2Z + \frac{Z^2 Y}{2} = 265,2 \angle 909,2^\circ \quad (4.2.55)$$

$$C = \frac{Y}{2} = 0,000335 \angle 88,2^\circ \quad (4.2.56)$$

$$V_1 = AV_2 + BI_2 = 235,94 \angle 64,5^\circ \text{kV} \quad (4.2.57)$$

$$U_1 = \sqrt{3} V_1 \frac{400}{110} = 1,49 \text{MV} \quad (4.2.58)$$

$$I'_1 = CI_2 + DV_2 = 59,86 \angle 0,12^\circ \text{kA} \quad (4.2.59)$$

$$I_1 = I'_1 \frac{110}{400} = 16,46 \text{kA} \quad (4.2.60)$$

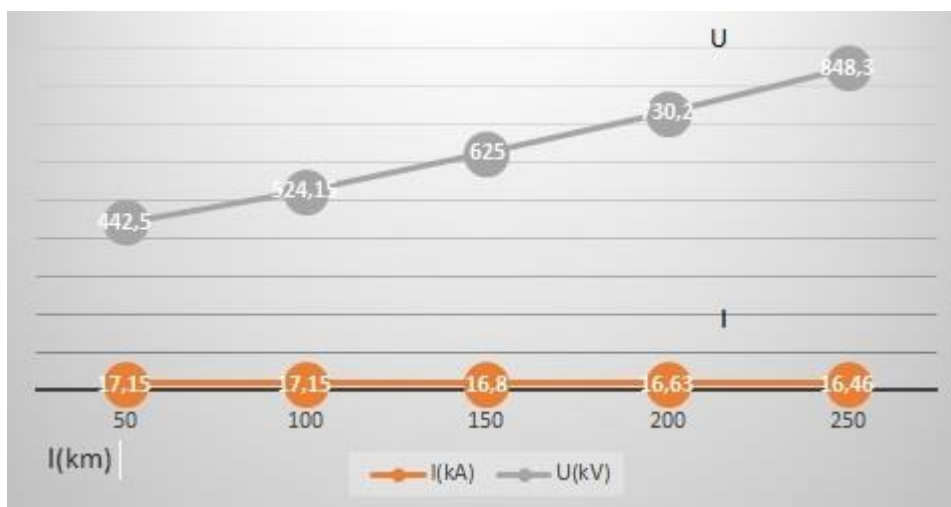
Usporedba dobivenih rezultata pomoću π i T nadomjesnih modela voda:

l(km)	50	100	150	200	250
I(kA)	17,15	17,15	16,8	16,63	16,46
U(kV)	442,5	524,15	625	730,2	848,3

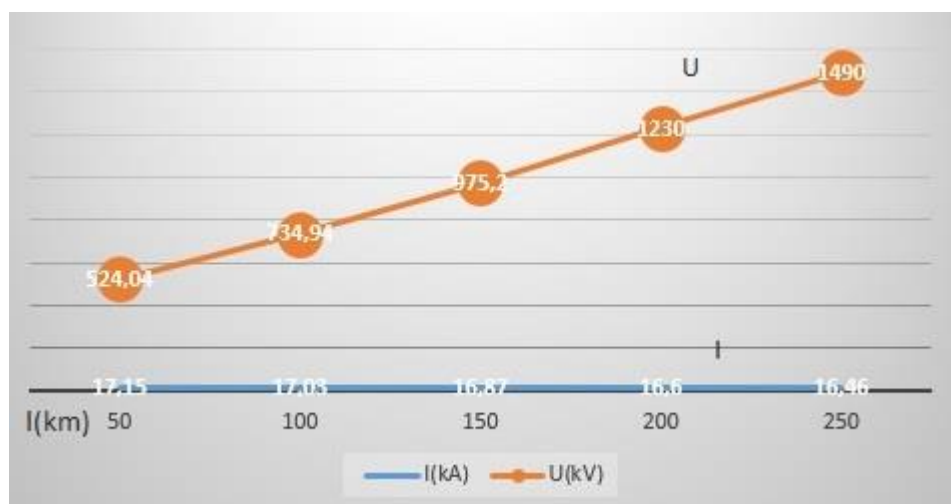
Tablica I. Rezultati dobiveni pomoću π nadomjesnog modela voda

l(km)	50	100	150	200	250
I(kA)	17,15	17,03	16,87	16,6	16,46
U(kV)	524,04	734,94	975,2	1230	1490

Tablica II. Rezultati dobiveni pomoću T nadomjesnog modela voda



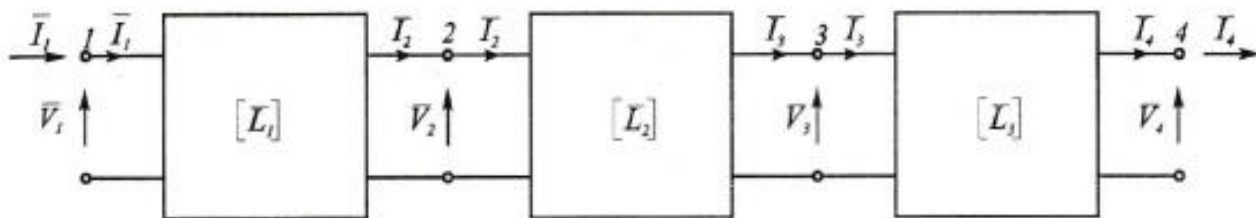
Slika 4.8. Prikaz rezultata iz tablice I. za π nadomjesni model



Slika 4.9. Prikaz rezultata iz tablice II. za T nadomjesni model

5. LANČANA MATRICA

Lanac četveropola možemo dobiti kada niz četveropola spojimo na način da kraj prvog četveropola spojimo na početak sljedećeg četveropola, prikazano na slici 5.1.



Slika 5.1. Lanac četveropola

Jednadžba četveropola spojenih u lanac glasi:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{B}_{11} \\ \bar{C}_{11} & \bar{D}_{11} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{A}_{21} & \bar{B}_{21} \\ \bar{C}_{21} & \bar{D}_{21} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{A}_{31} & \bar{B}_{31} \\ \bar{C}_{31} & \bar{D}_{31} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{V}_4 \\ \bar{I}_4 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

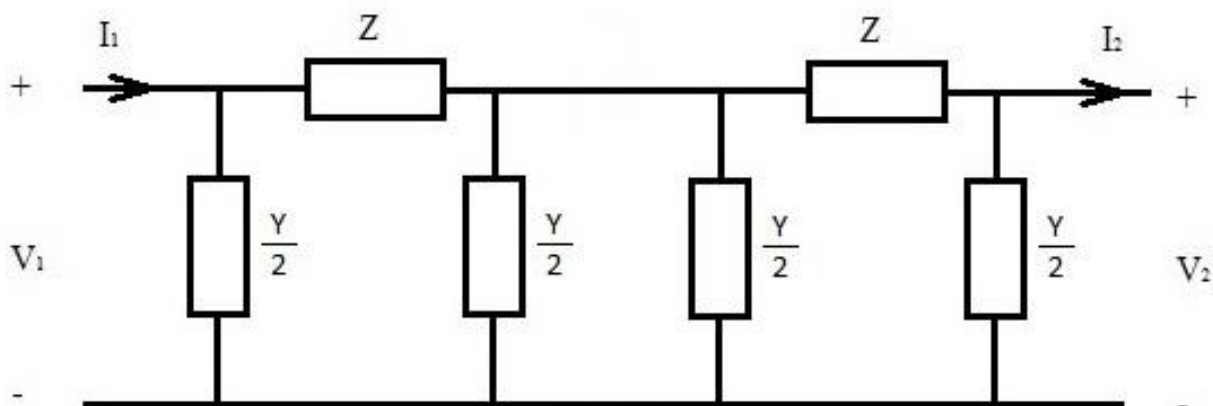
dok jednadžba za u lanac n spojenih četveropola glasi:

$$[\bar{L}] = [\bar{L}_1] [\bar{L}_2] [\bar{L}_3] \dots [\bar{L}_n] \quad (5.2)$$

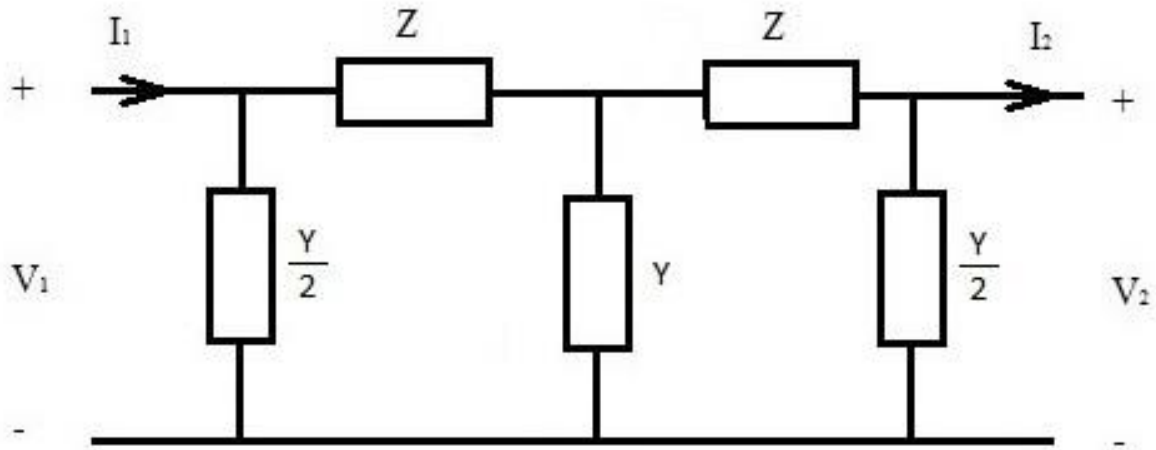
5.1 Izračun napona i struje na početku voda kod 2 lančano spojena četveropola. $l=400$ km

$$S = S_{\text{pot}} = 152,97 \angle -11,31^\circ \text{MVA}$$

$$I_2 = \frac{S^2}{V^2} = 817,75 \angle -11,31^\circ \text{A}$$



Slika 5.1.1. Dva lančano spojena četveropola



Slika 5.1.2. Nadomjesna shema dvaju četveropola

$$X_L = \omega L = 0,53\Omega \quad (5.1.1)$$

$$Z_V = (R + jX_L) \cdot 1 = 212,04\angle 88,9^\circ\Omega \quad (5.1.2)$$

$$B = \omega C = 2,67 \cdot 10^{-6}\text{S} \quad (5.1.3)$$

$$Y_V = (G + jB_L) \cdot 1 = 0,0011\angle 88,2^\circ\text{S} \quad (5.1.4)$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Y}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Y}{2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + 2ZY + \frac{Z^2Y^2}{2} & 2Z + Z^2Y \\ 2Y + \frac{ZY^2}{2} + Y^2Z + \frac{Y^3Z^2}{4} & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix} \quad (5.1.5)$$

$$A = D = 1 + 2ZY + \frac{Z^2Y^2}{2} = 0,51\angle 2,7^\circ \quad (5.1.6)$$

$$B = 2Z + Z^2Y = 428,4\angle 95,53^\circ \quad (5.1.7)$$

$$C = 2Y + \frac{ZY^2}{2} + Y^2Z + \frac{Y^3Z^2}{4} = 0,0022\angle 98,8^\circ \quad (5.1.8)$$

$$V_1 = AV_2 + BI_2 = 356,404\angle 79,2^\circ \quad (5.1.9)$$

$$U_1 = \sqrt{3}V_1 \frac{400}{110} = 2,24\text{MV} \quad (5.1.10)$$

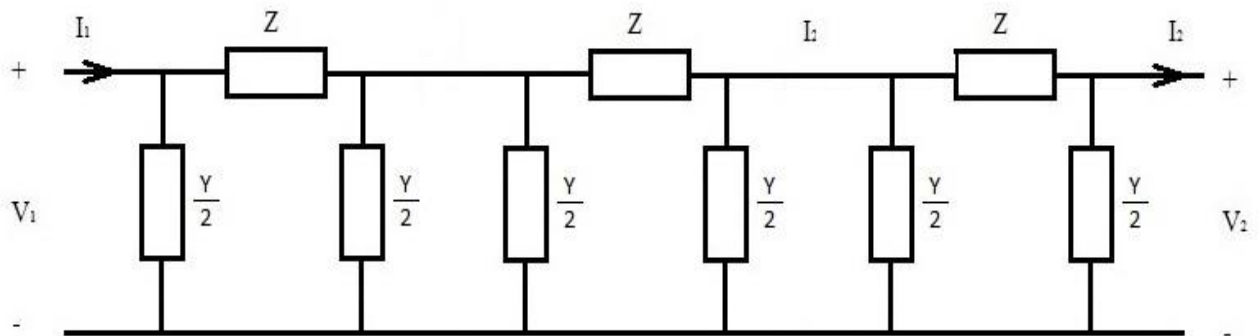
$$I'_1 = CI_2 + DV_2 = 31,8\text{kA} \quad (5.1.11)$$

$$I_1 = I'_1 \frac{110}{400} = 8,75\text{kA} \quad (5.1.12)$$

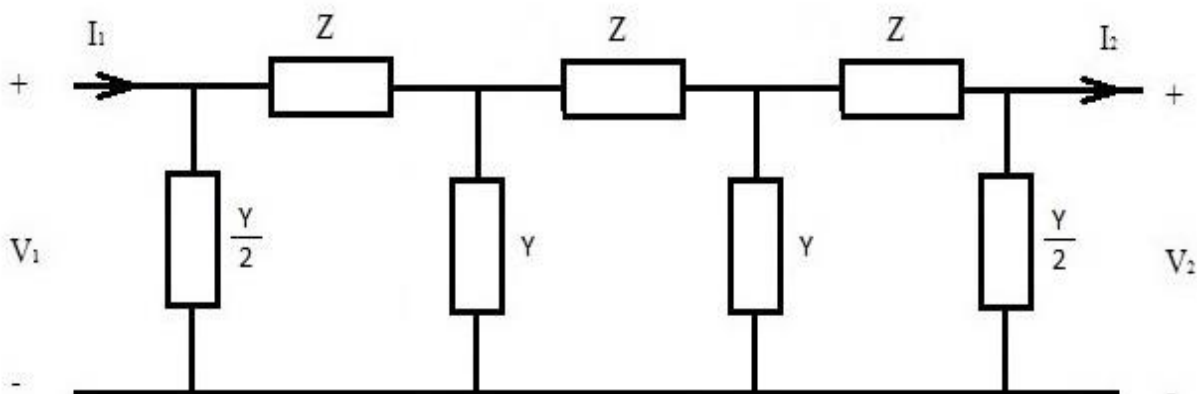
5.2 Izračun napona i struje na početku voda kod 2 lančano spojena četveropola. $l=600$ km

$$S = S_{\text{pot}} = 152,97 \angle -11,31^\circ \text{MVA} \quad (5.2.1)$$

$$I_2 = \frac{S^2}{V^2} = 817,75 \angle -11,31^\circ \text{A}$$



Slika 5.2.1. Tri lančano spojena četveropola



Slika 5.2.2. Nadomjesna shema triju četveropola

$$X_L = \omega L = 0,53\Omega \quad (5.2.2)$$

$$Z_v = (R + jX_L) \cdot 1 = 318,1\angle 88,9^\circ\Omega \quad (5.2.3)$$

$$B = \omega C = 2,67 \cdot 10^{-6}S \quad (5.2.4)$$

$$Y_v = (G + jB_L) \cdot 1 = 0,0016\angle 88,2^\circ S \quad (5.2.5)$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Y}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Y}{2} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{9ZY}{2} + 3Z^2Y^2 + \frac{Z^3Y^3}{2} & 3Z + 4Z^2Y + Z^3Y^3 \\ 3Y + \frac{5ZY^2}{2} + 2Y^3Z^2 + \frac{9Y^2Z}{4} + \frac{Y^4Z^3}{4} & 1 + \frac{9ZY}{2} + 3Z^2Y^2 + \frac{Z^3Y^3}{2} \end{bmatrix} \quad (5.2.6)$$

$$A = D = 1 + \frac{9ZY}{2} + 3Z^2Y^2 + \frac{Z^3Y^3}{2} = 2,15\angle 176^\circ \quad (5.2.7)$$

$$B = 3Z + 4Z^2Y + Z^3Y^3 = 1218,6\angle 125,7^\circ \quad (5.2.8)$$

$$C = 3Y + \frac{5ZY^2}{2} + 2Y^3Z^2 + \frac{9Y^2Z}{4} + \frac{Y^4Z^3}{4} = 0,0067\angle 132^\circ \quad (5.2.9)$$

$$V_1 = AV_2 + BI_2 = 1,07\angle 120,7^\circ MV \quad (5.2.10)$$

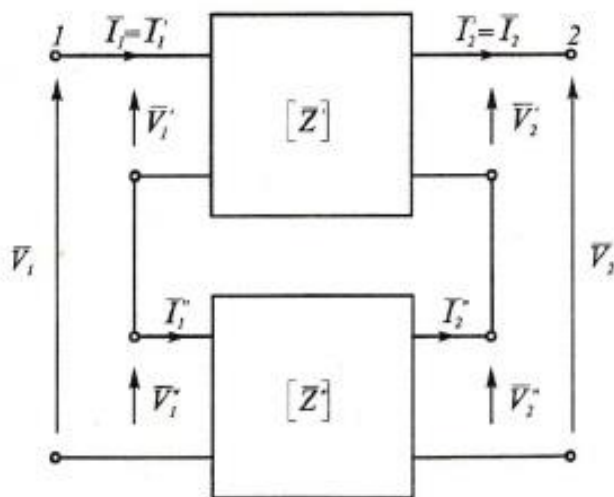
$$U_1 = \sqrt{3}V_1 \frac{400}{110} = 6,74MV \quad (5.2.11)$$

$$I'_1 = CI_2 + DV_2 = 133,44kA \quad (5.2.12)$$

$$I_1 = I'_1 \frac{110}{400} = 36,7kA \quad (5.2.13)$$

6. SERIJSKI SPOJ ČETVEROPOLA

Serijski spoj četveropola možemo dobiti kada početak i kraj četveropola spojimo na način da je za nadomjesni četveropol napon izlaza četveropola jednak zbroju svih napona izlaza četveropola i napon ulaza četveropola jednak zbroju napona svih ulaza četveropola, kao što je prikazano na slici 6.1.



Slika 6.1. Serijski spoj četveropola

$$\bar{V}_1 = \bar{V}'_1 + \bar{V}''_1$$

$$\bar{V}_2 = \bar{V}'_2 + \bar{V}''_2$$

(6.1)

$$\bar{I}_1 = \bar{I}'_1 + \bar{I}''_1$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}'_2 + \bar{I}''_2$$

Zbrojem naponskih jednadžbi četveropola u koje se uvrsti izraze 6.2:

$$[V] = [V'] + [V''] = [\bar{Z}'] [I] + [\bar{Z}''] [I] = ([\bar{Z}'] + [\bar{Z}'']) [I] = [\bar{Z}] [I] \quad (6.2)$$

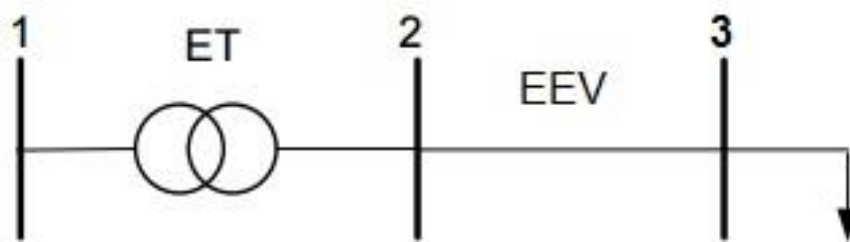
Za spoj na slici 6.1 vrijedi:

$$[\bar{Z}] = [\bar{Z}'] + [\bar{Z}''], \quad (6.3)$$

dok za serijski spoja sa n četveropola vrijedi:

$$[\bar{Z}] = [\bar{Z}'] + [\bar{Z}'''] + \dots + [\bar{Z}_n] \quad (6.4)$$

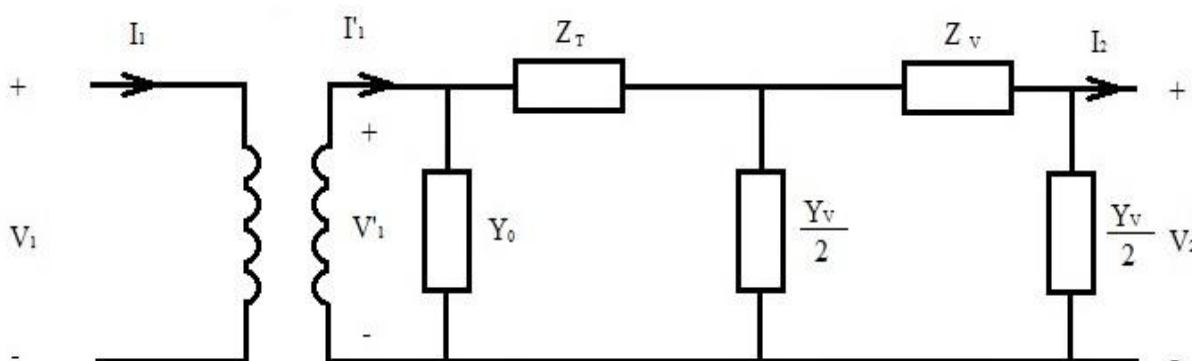
7. PRIKAZ POMOĆU ČETVEROPOLA, PRORAČUN STRUJNO-NAPONSKIH PRILIKA VODOVA



Slika 7.1. Elektroenergetska mreža

Proračun strujno-naponskih prilika na početku voda. Zadano:

$U_n=400/110$ kV, $S_{nT}=300$ MVA, $u_K=12\%$, $i_0=1,5\%$, $P_K=2$ MW, $P_0=0,9$ MW, $R_1=0,1$ Ω /km, $X_1=0,4$ Ω /km, $B_1 = 2,8 * 10^{-6}$ S/km, $l=150$ km, $S_{POT}=150+j30$ MVA.



Slika 7.2. Nadomjesna shema elektroenergetske mreže

Stvarne vrijednosti impedancije i admittancije:

$$\begin{array}{l} \text{ET} \\ 110 \text{ kV} \end{array} \quad Z_T = \frac{u_K}{100} * \frac{U_{B2}}{S_{nT}} = 4,84 \Omega \quad (7.1)$$

$$R_T = P_{CU} * \frac{U_{B2}}{S_{nT}^2} = 0,27 \Omega \quad (7.2)$$

$$X_T = \frac{U_{B2}}{S_{nT}^2} \sqrt{\left(\frac{u_K}{100}\right)^2 + \left(\frac{P_{CU}}{S_{nT}}\right)^2} = j4,83 \Omega \quad (7.3)$$

$$Z_T = R_T + X_T = 4,84 \angle 86,8^\circ S \quad (7.4)$$

$$G_T = P_{Fe} \frac{1}{U_{B2}^2} = 7,44 * 10^{-5} S \quad (7.5)$$

$$B_T = \frac{S_{nT}}{U_{B2}^2} \sqrt{\left(\frac{i_{0\%}}{100}\right)^2 + \left(\frac{P_{Fe}}{S_{nT}}\right)^2} = 3,64 * 10^{-4} S \quad (7.6)$$

$$Y_T = (0,56 - j28) * 10^{-6} = 3,71 * 10^{-4} \angle -78,4^\circ S \quad (7.7)$$

EEV
110kV

$$Z_V = Z_V * l = (0,1 + j0,4) * 150 = 61,85 \angle 75,96^\circ \Omega \quad (7.8)$$

$$Y_V = B_1 * l = 4,2 * 10^{-4} \angle 90^\circ S \quad (7.9)$$

$$\frac{Y_V}{2} = 2,1 * 10^{-4} \angle 90^\circ S \quad (7.10)$$

$$\begin{aligned} [L_E] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Y_V}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_V \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Y_V}{2} & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & Z_T \\ Y_T & Y_T Z_T + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Y_V}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_V \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Y_V}{2} & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 + Z_T \frac{Y_V}{2} & Z_T \\ Y_T + Y_T Z_T \frac{Y_V}{2} + \frac{Y_V}{2} & Y_T Z_T + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_V \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Y_V}{2} & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 + Z_T \frac{Y_V}{2} & Z_V + Z_V Z_T \frac{Y_V}{2} + Z_T \\ Y_T + Y_T Z_T \frac{Y_V}{2} + \frac{Y_V}{2} & Y_T Z_V + Y_T Z_T Z_V \frac{Y_V}{2} + Z_V \frac{Y_V}{2} + Y_T Z_T + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{Y_V}{2} & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7.11)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 + 2Z_T \frac{Y_V}{2} + Z_V \frac{Y_V}{2} + Z_T Z_V \frac{Y_V^2}{4} & Z_V + Z_V Z_T \frac{Y_V}{2} + Z_T \\ Y_T + 2Y_T Z_T \frac{Y_V}{2} + 2 \frac{Y_V}{2} + Y_T Z_V \frac{Y_V}{2} + Y_T Z_T Z_V \frac{Y_V^2}{4} + Z_V \frac{Y_V^2}{4} & Y_T Z_V + Y_T Z_T Z_V \frac{Y_V}{2} + Z_V \frac{Y_V}{2} + Y_T Z_T + 1 \end{bmatrix}$$

$$[L_E] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (7.12)$$

$$A = 1 + 2Z_T \frac{Y_V}{2} + Z_V \frac{Y_V}{2} + Z_T Z_V \frac{Y_V^2}{4} = 0,985 + j3,25 * 10^{-3} = 0,985 \angle 0,19^\circ \quad (7.13)$$

$$B = Z_V + Z_V Z_T \frac{Y_V}{2} + Z_T = 15,25 + j64,77 = 66,54 \angle 76,75^\circ \quad (7.14)$$

$$C = Y_T + 2Y_T Z_T \frac{Y_V}{2} + 2 \frac{Y_V}{2} + Y_T Z_V \frac{Y_V}{2} + Y_T Z_T Z_V \frac{Y_V^2}{4} + Z_V \frac{Y_V^2}{4} \quad (7.15)$$

$$= 73,8 * 10^{-6} + j58,54 * 10^{-6} = 9,42 * 10^{-6} \angle 38,4^\circ$$

$$D = 1 + Y_T Z_V + Y_T Z_T Z_V \frac{Y_V}{2} + Z_V \frac{Y_V}{2} + Y_T Z_T = 1,012 + j0,0024 \quad (7.16)$$

$$= 1,012 \angle 0,14^\circ$$

$$S = \text{Spot} = 150 + j30 \text{MVA} = 152,97 \angle 11,31^\circ \text{MVA} \quad (7.17)$$

$$I_2 = \frac{S^{2*}}{V^{2*}} = \frac{\frac{152,97}{3} \angle -11,31^\circ \text{MVA}}{\frac{108 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} \text{kV}} = 817,75 \angle -11,31^\circ \text{A} \quad (7.18)$$

$$\begin{bmatrix} V_1' \\ I_1' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (7.19)$$

$$V_1' = A V_2 + B I_2 = 77,883 \angle 20,2^\circ \text{kV} \quad (7.20)$$

$$U_1' = \sqrt{3} * V_1' = 134,9 \angle 20,2^\circ \text{kV} \quad (7.21)$$

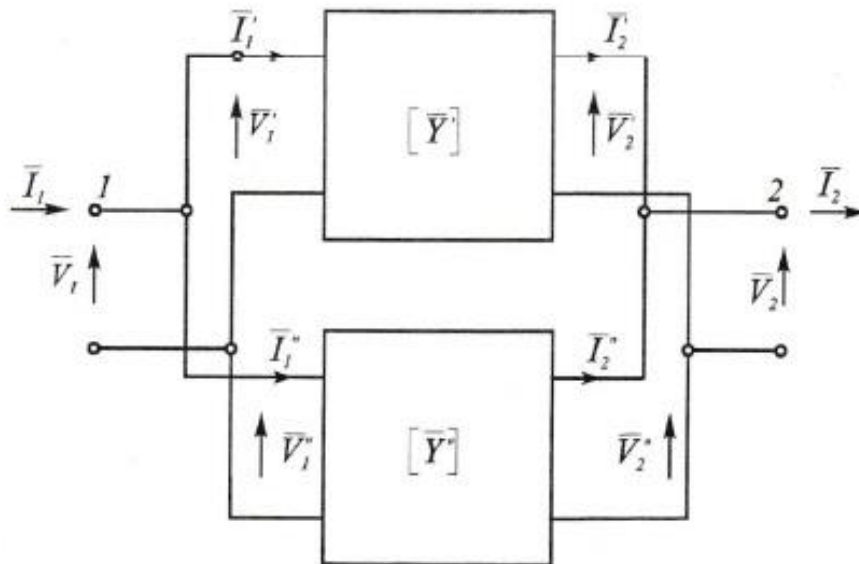
$$U_1 = U_1' \frac{400 \text{kV}}{110 \text{kV}} = 490,55 \angle 20,2^\circ \text{kV} \quad (7.22)$$

$$I_1' = C I_2 + D V_2 = 63,102 \angle 0,3 \text{kA} \quad (7.23)$$

$$I_1 = I_1' \frac{110 \text{kV}}{400 \text{kV}} = 17,33 \angle 0,3 \text{kA} \quad (7.24)$$

8. PARALELNI SPOJ ČETVEROPOLA

Paralelni spoj četveropola možemo dobiti kada početak i kraj četveropola spojimo na način da je za nadomjesni četveropol struja izlaza četveropola jednak zbroju svih struja izlaza četveropola i struja ulaza četveropola jednak zbroju struja svih ulaza četveropola, kao što je prikazano na slici 8.1.



Slika 8.1. Paralelni spoj četveropola

$$I_1 = I_1' + I_1''$$

$$I_2 = I_2' + I_2''$$

(8.1)

$$V_1 = V_1' + V_1''$$

$$V_2 = V_2' + V_2''$$

Zbrojem strujnih jednadžbi četveropola u koje smo uvrstili izraze 8.1:

$$\begin{aligned} [I] &= [I'] + [I''] = [\bar{Y}'] [V] + [\bar{Y}''] [V] = ([\bar{Y}'] + [\bar{Y}'']) [V] \\ &= [\bar{Y}] [V] \end{aligned} \quad (8.2)$$

Za spoj na slici 8.1 vrijedi:

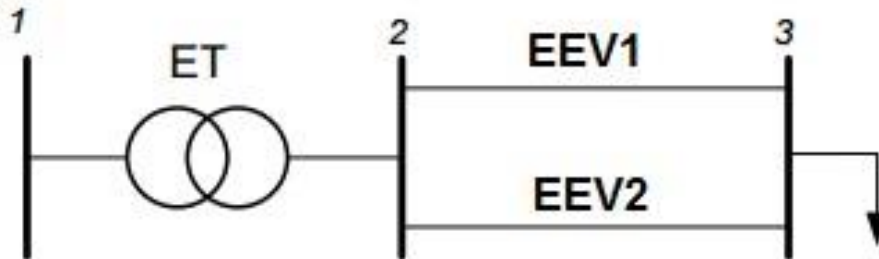
$$[\bar{Y}] = [\bar{Y}'] + [\bar{Y}''], \quad (8.3)$$

dok za paralelni spoj sa n četveropola vrijedi:

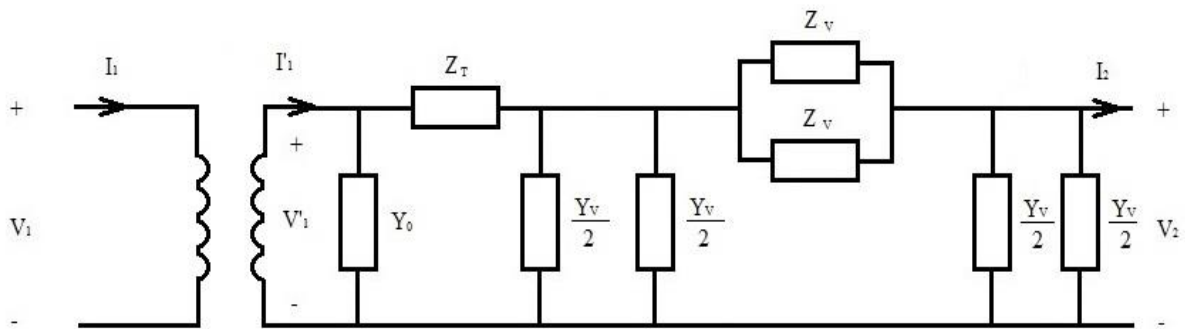
$$[\bar{Y}] = [\bar{Y}'] + [\bar{Y}''] + \dots + [\bar{Y}_n] \quad (8.4)$$

Proračun strujno-naponskih prilika na početku voda. Zadano:

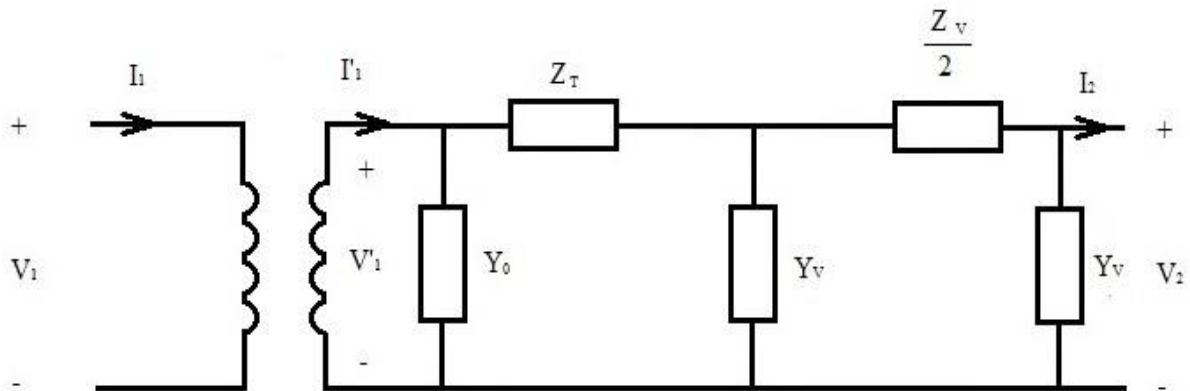
$U_n=400/110$ kV, $S_{nT}=300$ MVA, $u_k=12\%$, $i_0=1,5\%$, $P_K=2$ MW, $P_0=0,9$ MW, $R_1=0,1$ Ω /km, $X_1=0,4$ Ω /km, $B_1 = 2,8 * 10^{-6}$ S/km, $l=150$ km, $S_{POT}=150+j30$ MVA.



Slika 8.2. Elektroenergetska mreža



Slika 8.3. Nadomjesna shema elektroenergetske mreže



Slika 8.4. Reducirana nadomjesna shema elektroenergetske mreže sa slike 8.3

ET
110 kV

$$Z_T = \frac{u_K}{100} * \frac{U_{B2}}{S_{nT}} = 4,84\Omega \quad (8.5)$$

$$R_T = P_{CU} * \frac{U_{B2}}{S_{nT}^2} = 0,27\Omega \quad (8.6)$$

$$X_T = \frac{U_{B2}}{S_{nT}^2} \sqrt{\left(\frac{u_K}{100}\right)^2 + \left(\frac{P_{CU}}{S_{nT}}\right)^2} = j4,83\Omega \quad (8.7)$$

$$Z_T = R_T + X_T = 4,84\angle 86,8^\circ S \quad (8.8)$$

$$G_T = P_{Fe} \frac{1}{U_{B2}^2} = 7,44 * 10^{-5} S \quad (8.9)$$

$$B_T = \frac{S_{nT}}{U_{B2}^2} \sqrt{\left(\frac{i_{0\%}}{100}\right)^2 + \left(\frac{P_{Fe}}{S_{nT}}\right)^2} = 3,64 * 10^{-4} S \quad (8.10)$$

$$Y_T = (0,56 - j28) * 10^{-6} = 3,71 * 10^{-4} \angle -78,4^\circ S \quad (8.11)$$

EEV
110kV

$$Z_V = Z_V * l = (0,1 + j0,4) * 150 = 61,85\angle 75,96^\circ \Omega \quad (8.12)$$

$$Y_V = B_1 * l = 4,2 * 10^{-4} \angle 90^\circ S \quad (8.13)$$

$$\frac{Y_V}{2} = 2,1 * 10^{-4} \angle 90^\circ S \quad (8.14)$$

$$\begin{aligned} [L_E] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_V & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{Z_V}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_V & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & Z_T \\ Y_T & Y_T Z_T + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_V & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{Z_V}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_V & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 + Z_T Y_V & Z_T \\ Y_T + Y_T Z_T Y_V + Y_V & Y_T Z_T + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{Z_V}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_V & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 + Z_T Y_V & \frac{Z_V}{2} + Z_T Y_V \frac{Z_V}{2} + Z_T \\ Y_T + Y_T Z_T Y_V + Y_V & Y_T \frac{Z_V}{2} + Y_T Z_T Y_V \frac{Z_V}{2} + Y_V \frac{Z_V}{2} + Y_T Z_T + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_V & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8.15)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 + 2Z_T Y_V + \frac{Z_V}{2} Y_V + Z_T Y_V^2 \frac{Z_V}{2} & \frac{Z_V}{2} + Z_T Y_V \frac{Z_V}{2} + Z_T \\ Y_T + 2Y_V + 2Y_T Z_T Y_V + Y_T Y_V \frac{Z_V}{2} + Y_T Z_T Z_V Y_V^2 + Y_V^2 \frac{Z_V}{2} & Y_T \frac{Z_V}{2} + Y_T Z_T Y_V \frac{Z_V}{2} + Y_V \frac{Z_V}{2} + Y_T Z_T + 1 \end{bmatrix}$$

$$[L_E] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (8.16)$$

$$A = 1 + 2Z_T Y_V + \frac{Z_V}{2} Y_V + Z_T Y_V^2 \frac{Z_V}{2} = 0,98 + j0,0034 = 0,98 \angle 0,2^\circ \quad (8.17)$$

$$B = \frac{Z_V}{2} + Z_T Y_V \frac{Z_V}{2} + Z_T = 7,75 + j34,77 = 35,6 \angle 77,4^\circ \quad (8.18)$$

$$\begin{aligned} C &= Y_T + 2Y_V + 2Y_T Z_T Y_V + Y_T Y_V \frac{Z_V}{2} + Y_T Z_T Z_V Y_V^2 + Y_V^2 \frac{Z_V}{2} \\ &= 73,05 * 10^{-6} + j0,48 * 10^{-3} \\ &= 0,49 * 10^{-3} \angle 81,35^\circ \end{aligned} \quad (8.19)$$

$$D = Y_T \frac{Z_V}{2} + Y_T Z_T Y_V \frac{Z_V}{2} + Y_V \frac{Z_V}{2} + Y_T Z_T + 1 = 1 + j2,9 * 10^{-3} = 1 \angle 0,17^\circ \quad (8.20)$$

$$S = S_{\text{Spot}} = 150 + j30 \text{MVA} = 152,97 \angle 11,31^\circ \text{MVA} \quad (8.21)$$

$$I_2 = \frac{S^{2*}}{V^{2*}} = \frac{\frac{152,97}{3} \angle -11,31^\circ \text{MVA}}{\frac{108 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} \text{kV}} = 817,75 \angle -11,31^\circ \text{A} \quad (8.22)$$

$$\begin{bmatrix} V_1' \\ I_1' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (8.23)$$

$$V_1' = A V_2 + B I_2 = 77,88 \angle 20,2^\circ \text{kV} \quad (8.24)$$

$$U_1' = \sqrt{3} * V_1' = 134,9 \angle 20,2^\circ \text{kV} \quad (8.25)$$

$$U_1 = U_1' \frac{400 \text{kV}}{110 \text{kV}} = 490,55 \angle 20,2^\circ \text{kV} \quad (8.26)$$

$$I_1' = CI_2 + DV_2 = 62,394 \angle 0,167 \text{kA} \quad (8.27)$$

$$I_1 = I_1' \frac{110 \text{kV}}{400 \text{kV}} = 17,16 \angle 0,167 \text{kA} \quad (8.28)$$

9. ZAKLJUČAK

U ovom radu opisan je četveropol u teoriji prijenosa. Definirana je svrha i primjena četveropola te načini na koji se oni spajaju.

Također je opisana primjena općih konstanti u jakoj struji, te način na koji se one određuju. Ovisno o kojoj je grupi spoja riječ, dobijemo različite iznose ekvivalentnih matrica što utječe na ulazne odnosno izlazne varijable.

Definirana je i matrica četveropola spojenih u lanac, način spajanja, te razlike u jednadžbama u odnosu na četveropole spojene u seriju ili paralelu.

U zadatku u kojemu mijenjamo duljine voda za T i π spoj vidimo da se povećava napon na ulazu četveropola, dok struja na ulazu četveropla opada. Sa povećanjem duljine voda rastu impedancija Z i admitancija Y.

Veći dio rada posvećen je proračunu strujno-naponskih prilika na početku jednoga voda i strujno-naponske prilike dvaju paralelno spojenih vodova u elektroenergetskoj mreži. Iz proračuna je vidljiva razlika u iznosima ulaznog napona i struje koja je zanemarivo mala.

10. POPIS SLIKA

Slika 1.1.: Shema četveropola.....	1
Slika 1.2.: Pokusi za određivanje matrice [Y].....	1
Slika 1.3.: Pokusi sa određivanje matrice [Z].....	2
Slika 1.4.: Pokusi za određivanje matrice [L].....	3
Slika 2.1.: Nadomjesni model kabela voda (VVN).....	5
Slika 2.2.: Nadomjesni kabela voda (VN).....	6
Slika 2.3.: Nadomjesni kabela voda (SN i NN).....	6
Slika 2.4.: Nadomjesni model transformatora (VVN i VN).....	7
Slika 2.5.: Nadomjesni model transformatora (SN i NN).....	7
Slika 2.1.1.: dalekovod.....	8
Slika 2.1.2.: elektroenergetski transformator.....	9
Slika 3.1.: Položaj konstanti voda jedne faze trofaznog simetričnog voda.....	11
Slika 4.1.: Uzdužna impedancija i poprečna admitancija.....	12
Slika 4.2.: Poprečna grana.....	13
Slika 4.3.: Uzdužna grana.....	13
Slika 4.4.: Uzdužna i poprečna grana.....	14
Slika 4.5.: Γ -shema Π -shema T-shema.....	14
Slika 4.6.: Π shema zadatka.....	15
Slika 4.7.: T shema zadatka.....	19
Slika 4.8.: Prikaz rezultata iz tablice I. za π nadomjesni model.....	24
Slika 4.9. Prikaz rezultata iz tablice II. za T nadomjesni model.....	24
Slika 5.1 Lanac četveropola.....	25

Slika 5.1.1.: Dva lančano spojena četveropola.....	25
Slika 5.1.2.: Nadomjesna shema dvaju četveropola.....	26
Slika 5.2.1. Tri lančano spojena četveropola.....	27
Slika 5.2.2. Nadomjesna shema triju četveropola.....	27
Slika 6.1.: Serijski spoj četveropola.....	29
Slika 7.1.: Elektroenergetska mreža.....	30
Slika 7.2.: Nadomjesna shema elektroenergetske mreže.....	30
Slika 8.1.: Paralelni spoj četveropola.....	33
Slika 8.2.: Elektroenergetska mreža.....	34
Slika 8.3.: Nadomjesna shema elektroenergetske mreže.....	34
Slika 8.4.: Reducirana nadomjesna shema elektroenergetske mreže.....	34

11. POPIS TABLICA

Tablica I.: Rezultati dobiveni pomoću π nadomjesnog modela voda..... 24

Tablica II.: Rezultati dobiveni pomoću T nadomjesnog modela voda..... 24

12. LITERATURA

[1] Marija, Ožegović.; Karlo, Ožegović.: „Električne energetske mrežeI“, OPAL COMPUTING d.o.o.SPLIT, Split, 1996.

[2] Marija, Ožegović.; Karlo, Ožegović.: „Električne energetske mrežeII“, OPAL COMPUTING d.o.o.SPLIT, Split, 1996.

[3] Miroslav, Plohl.: „Teorija četveropola“, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb, 1991.